

José Miguel Molina Martínez · Francisco Javier Cánovas Rodríguez · Francisco Asís Ruz Vila

Motores y máquinas eléctricas



MARCOMBO UNIVERSITARIA



marcombo

ediciones técnicas

Motores y máquinas eléctricas

Fundamentos de electrotecnia para ingenieros

Motores y máquinas eléctricas

Fundamentos de electrotecnia para ingenieros

José Miguel Molina Martínez

Francisco Javier Cánovas Rodríguez

Francisco Asís Ruz Vila

Motores y máquinas eléctricas.
Fundamentos de electrotecnia para ingenieros

Primera edición, 2012

© 2012 José Miguel Molina Martínez
Francisco Javier Cánovas Rodríguez
Francisco Asís Ruz Vila

© MARCOMBO S.A., 2012
Gran Vía de les Corts Catalanes, 594
08007 Barcelona
www.marcombo.com

Diseño de cubierta: NDENU DISSENY GRÀFIC

«Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra».

ISBN: 978-84-267-1794-8
DL:

Impreso en
Printed in Spain

TEMA 1. PRINCIPIOS BÁSICOS DE LA CONVERSIÓN DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA	11
1.1 Introducción.....	11
1.2 Definición y clasificación de las máquinas eléctricas	11
1.3 Conceptos básicos.....	13
1.3.1 Inductancia propia, mutua y dispersión de flujo.....	13
1.3.2 Energía y coenergía magnética.....	15
1.4 Conversión de energía magnética en eléctrica. Transformadores.....	16
1.5 Conversión de la energía magnética en movimiento de traslación. Relés y contactores	17
1.6 Conversión de la energía magnética en movimiento de rotación. Máquinas eléctricas rotativas	22
1.6.1 Sistemas de rotación con una única fuente de fuerza magnetomotriz	22
1.6.2 Sistemas de rotación con dos fuentes de fuerza magnetomotriz.....	24
TEMA 2. TRANSFORMADOR MONOFÁSICO DE POTENCIA	29
2.1 Principio de funcionamiento del transformador	29
2.2 Finalidad y utilización de los transformadores.....	35
2.3 Tipos y constitución.....	36
2.4 Potencia nominal de un transformador	41
2.5 Corriente de vacío en el transformador	42
2.6 Análisis del transformador real en vacío	45
2.6.1 Consideración de la resistencia en el primario	45
2.6.2 Consideración del flujo de dispersión.....	46
2.6.3 Ensayo de vacío	47
2.7 Transformador real en carga.....	50

2.7.1 Estudio del transformador en carga ideal	50
2.7.2 Transformador real	51
2.8 Esquema equivalente del transformador. Resistencia y reactancia de cortocircuito.....	53
2.8.1 Reducción de los valores de un transformador del secundario al primario	53
2.8.2 Diagrama vectorial del transformador en carga. Secundario reducido o referido al primario	54
2.8.3 Esquema equivalente	55
2.8.4 Esquema equivalente simplificado del transformador. Resistencia y reactancia de cortocircuito.....	57
2.9 Ensayo de cortocircuito. Tensión de cortocircuito	58
2.9.1 Corriente de cortocircuito en un transformador.....	62
2.9.2 Caída de tensión en un transformador. Regulación	65
2.10 Pérdidas y rendimiento de un transformador.....	72
2.11 Funcionamiento en paralelo de transformadores monofásicos.....	75
2.12 Transformadores especiales.....	81
2.12.1 Autotransformador.....	81
2.12.1.1 <i>Ventajas del autotransformador</i>	82
2.12.1.2 <i>Inconvenientes del autotransformador</i>	83
2.12.1.3 <i>Símbolos del autotransformador</i>	84
2.12.2 Autotransformadores de regulación.....	85
2.12.3 Transformadores de medida	86
2.12.3.1 <i>Transformadores de tensión</i>	86
2.12.3.2 <i>Transformadores de intensidad</i>	86
TEMA 3. TRANSFORMADOR TRIFÁSICO DE POTENCIA	109
3.1 Introducción.....	109

3.2 Banco trifásico a base de transformadores monofásicos	109
3.3 Transformador de tres columnas	110
3.4 Funcionamiento en régimen equilibrado. Ensayos y esquema equivalente.....	117
3.4.1 Ensayo de vacío	119
3.4.2 Ensayo de cortocircuito	121
3.4.3 Esquema equivalente	127
3.5 Conexiones en los transformadores	127
3.5.1 Desfases	128
3.5.2 Designación de polos y bornes	129
3.5.3 Índice de desfase.....	129
3.5.4 Símbolos de conexiones	130
3.5.5 Aplicaciones y diferentes tipos de conexiones	135
3.6 Conexión en paralelo de transformadores	136
3.7 Transformador en el catálogo	138
TEMA 4. MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS.	
PRINCIPIOS GENERALES.....	153
4.1 Introducción.....	153
4.2 La máquina rotativa elemental.....	154
4.3. Máquinas rotativas clásicas. Principales características funcionales y constitución.	158
4.3.1 Máquinas síncronas	158
4.3.2 Máquinas de corriente continua.....	160
4.3.3 Máquinas asíncronas.....	162
4.4 Campos magnéticos en el entrehierro de las máquinas rotativas	165
4.4.1 Campo magnético producido por un devanado monofásico de constitución simétrica	165

4.4.1.1 Tensión magnética de entrehierro creada por una bobina diametral.....	166
4.4.1.2 Tensión magnética de entrehierro creada por una pareja de bobinas de paso acortado.....	168
4.4.1.3 Tensión magnética de entrehierro creada por grupo de bobinas diametrales uniformemente distribuidas.....	169
4.4.1.4 El caso general. Parejas de bobinas de paso acortado uniformemente distribuidas. Concepto de bobina diametral equivalente.....	171
4.4.2 Campos magnéticos giratorios.....	175
4.5 Fuerzas electromotrices inducidas en régimen permanente por campos magnéticos giratorios.....	178
TEMA 5. MÁQUINAS ASÍNCRONAS.....	183
5.1 Introducción.....	183
5.1 Aspectos constructivos.....	184
5.2 Principio de funcionamiento.....	187
5.3 Modelo monofásico equivalente.....	190
5.4 Balance de potencias. Modos de funcionamiento.....	194
5.5 Ensayos y determinación de parámetros para el modelo de la máquina asíncrona.....	203
5.5.1 Medida de la resistencia del estator.....	203
5.5.2 Ensayo de vacío o de rotor libre.....	203
5.5.3 Ensayo de cortocircuito o de rotor bloqueado.....	204
5.6 La máquina asíncrona como motor.....	206
5.7 Arranque de las máquinas asíncronas.....	209
5.7.1 Arranque directo.....	211
5.7.2 Arranque mediante inserción de impedancias en el estátor.....	211
5.7.3 Arranque mediante autotransformador.....	212
5.7.4 Arranque estrella-triángulo.....	214

5.7.5 Arranque mediante inserción de resistencias rotóricas.....	216
5.7.6 Arranque electrónico (estático o "soft starter")	218
5.7.7 Utilización ranuras profundas y doble jaula en el rotor.....	218
5.8 Control de velocidad de la máquina asíncrona	219
5.9 Frenado de la máquina asíncrona	222
5.10 Clases de servicio	224
5.10.1 Tipo de servicio continuo	224
5.10.2 Tipo de servicio de duración limitada.....	224
5.10.3 Tipo de servicio periódico	225
5.10.4 Tipo de servicio no periódico	229
5.10.5 Tipo de servicio para cargas distintas constantes	229
5.10.6 Tipo de servicio para carga equivalente	230
5.11 Motores asíncronos monofásicos.....	230
TEMA 6. MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA.....	237
6.1 Introducción.....	237
6.2 Aspectos constructivos	237
6.2.1 La excitación de la máquina de corriente continua.....	239
6.2.2 El inducido de de la máquina de corriente continua.....	241
6.3 Principio de funcionamiento.....	243
6.4 Reacción de inducido.....	245
6.5 El proceso de la conmutación entre delgas.....	248
6.6 Generadores de Corriente Continua.....	251
6.6.1 Generador de excitación independiente.....	251
6.6.2 Generador de excitación en derivación o paralelo.....	252
6.6.3 Generador de excitación en serie	256
6.6.4 Generador de excitación compuesta	259

6.7 Motores de Corriente Continua	260
6.7.1 Motor de excitación independiente y de excitación paralelo.....	261
6.7.2 Motor de excitación serie.....	265
6.7.3 Motor de excitación compuesta	268
TEMA 7. MÁQUINAS SÍNCRONAS.....	273
7.1 Introducción.....	273
7.2 Aspectos constructivos	274
7.3 Sistemas de excitación.....	276
7.4 Principio de funcionamiento.....	278
7.5 La máquina síncrona como generador	281
7.5.1 Reacción de inducido.....	283
7.5.2 Comportamiento general y representación fasorial	284
7.5.2 Determinación de la impedancia síncrona del generador	285
7.5.4 Potencia y par en la máquina síncrona como generador.....	287
7.5.5 Regulación de tensión.....	289
7.5.6 Curvas características	293
7.5.6.1 Característica exterior.....	293
7.5.6.2 Característica de regulación	293
7.6 La máquina síncrona como motor	294
7.6.1 Curvas características	297
7.6.1.1 Característica par-velocidad.....	297
7.6.1.2 Influencia de la variación de la carga.....	297
7.6.1.3 Influencia de la variación de la corriente de excitación	298
7.6.2 Arranque del motor síncrono	299
BIBLIOGRAFÍA	301

TEMA 1

**PRINCIPIOS BÁSICOS DE
LA CONVERSIÓN DE LA
ENERGÍA ELÉCTRICA**

TEMA 1. PRINCIPIOS BÁSICOS DE LA CONVERSIÓN DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA

1.1 Introducción

El desarrollo de la electricidad a finales del siglo XIX permitió el desarrollo de la industria moderna y requirió la conversión de diversas fuentes de energía en energía eléctrica y viceversa. En la actualidad el desarrollo de la electrónica y en especial de la electrónica de potencia, permite el control efectivo y eficiente de los procesos de conversión de energía eléctrica.

Los campos magnéticos y eléctricos juegan un papel importante en los procesos de almacenamiento y transferencia de energía eléctrica pero no son buenos acumuladores porque las máximas densidades energéticas que se pueden obtener con los materiales existentes en la actualidad, son relativamente pequeñas al compararse con la energía por unidad de peso que puede ser almacenada en una batería o en los combustibles fósiles. Por esta razón es necesario realizar la conversión electromecánica de la energía para poder distribuirla y consumirla sin grandes necesidades de almacenamiento.

En este capítulo analizaremos los conceptos fundamentales y los principios básicos involucrados en la conversión electromagnética de la energía.

1.2 Definición y clasificación de las máquinas eléctricas

La energía es la capacidad de realizar un trabajo. Se presenta en la naturaleza en diferentes formas que necesitamos procesar para poder obtener un rendimiento de la misma.

La energía eléctrica tiene unas propiedades que la hacen insustituible en muchos aspectos de nuestra vida cotidiana: se transforma directamente en otros tipos de energía (como la mecánica) con rendimientos muy altos y es fácilmente transportable y distribuible a grandes distancias con medios simples y relativamente económicos. Además, su flujo continuo es fácil de dividir para su uso en grandes y/o pequeñas cantidades.

Por otro lado, definimos una máquina como un conjunto de elementos móviles y/o fijos cuyo funcionamiento posibilita aprovechar, dirigir, regular o transformar energía o realizar un trabajo con un fin determinado.

Entonces una máquina eléctrica es un dispositivo que realiza una transformación de la energía eléctrica para su posterior utilización, siempre y cuando medie en un campo magnético en dicha transformación.

Desde este punto de vista podemos clasificar las máquinas eléctricas en tres grupos principales:

- Transformadores: máquinas eléctricas que convierten la energía eléctrica alterna de un cierto nivel de tensión, en energía alterna de otro nivel de tensión por medio de interacción electromagnética.
- Motores: máquinas eléctricas que transforma energía eléctrica en energía mecánica por medio de interacciones electromagnéticas.
- Generadores: máquinas eléctricas que transforma energía mecánica en energía eléctrica por medio de interacciones electromagnéticas.

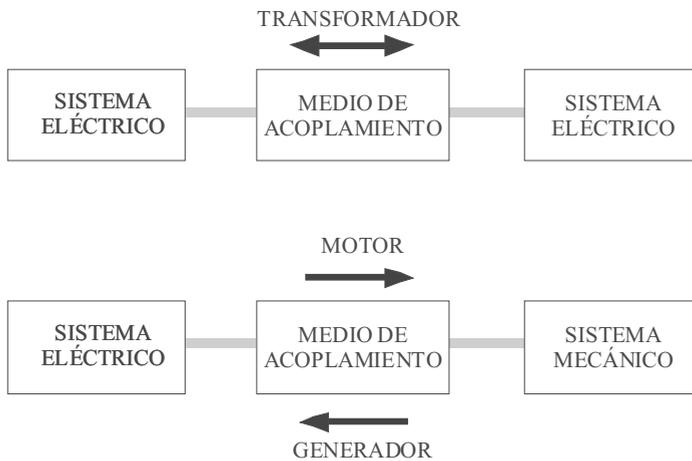


Figura 1.1. Tipos de máquinas eléctricas.

Junto a éstos, se encuentran otros dispositivos (contactores y relés principalmente) que utilizan la energía almacenada por un campo magnético alimentación para lograr su secuencia de trabajo dentro de un ciclo de producción determinado, por lo que también se pueden catalogar como máquinas eléctricas.

1.3 Conceptos básicos

1.3.1 Inductancia propia, mutua y dispersión de flujo

La inducción propia de una bobina relaciona el flujo total concatenado por una bobina $\psi(t)$, con la corriente que produce ese flujo $i(t)$. Del circuito de la Figura 1.2 que representa una bobina devanada en torno a un núcleo ferromagnético, considerando que no hay dispersión de flujo ($\mu \rightarrow \infty$) y despreciando la resistencia del conductor, se deduce que:

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = \frac{d\psi}{dt} \quad (1.1)$$

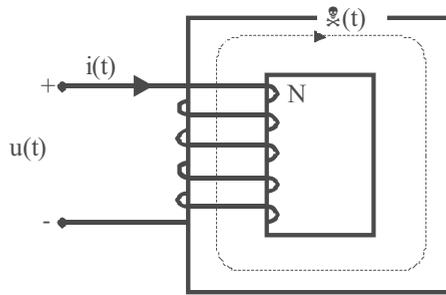


Figura 1.2. Inductancia propia.

De donde se obtiene que la inductancia propia es la pendiente de la curva $\psi(i)$:

$$L = \frac{d\psi}{di} \quad (1.2)$$

Para un material ferromagnético real, el valor de esta derivada no es constante, pero si se trabaja en la zona lineal de la curva de saturación:

$$L = \frac{\psi}{i} \quad (1.3)$$

Atendiendo a la definición de reluctancia \mathfrak{R} , la relación entre flujo total concatenado y flujo $\psi = N \cdot \phi$, la inducción propia de la bobina vale:

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \quad (1.4)$$

Si, como muestra la Figura 1.3, se devana otra bobina en torno al circuito magnético anterior dejando sus terminales abiertos, sin considerar la dispersión de flujo se obtiene que:

$$u_2(t) = \frac{d\psi_2}{dt} = \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}} \frac{di_1}{dt} \quad (1.5)$$

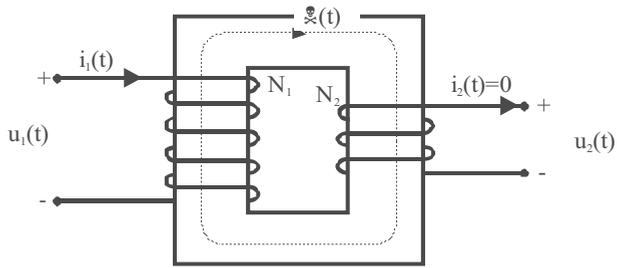


Figura 1.3. Inductancia mutua.

Y definimos la inducción mutua M como:

$$M = \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}} \quad (1.6)$$

Si por las dos bobinas circula corriente:

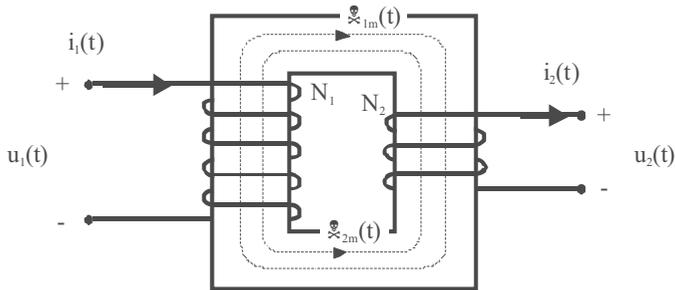


Figura 1.4. Inductancia mutua.

El flujo total concatenado por ambas bobinas vale:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= N_1 \cdot \phi = N_2 \cdot (\phi_{m1} - \phi_{m2}) = M \cdot i_1(t) - L_2 \cdot i_2(t) \\ \psi_2 &= N_2 \cdot \phi = N_1 \cdot (\phi_{m1} - \phi_{m2}) = L_1 \cdot i_1(t) - M \cdot i_2(t) \end{aligned} \quad (1.7)$$

El concepto de dispersión de flujo está ligado a la relación existente entre el flujo generado por la circulación de una corriente a través una bobina en un circuito magnético y la parte de dicho flujo que es concatenada por la totalidad de las espiras de otra bobina emplazada en el mismo circuito. Así, el coeficiente de Hopkinson ν se define como:

$$\nu = \frac{\phi_u + \phi_d}{\phi_u} = 1 + \frac{\phi_d}{\phi_u} \quad (1.8)$$

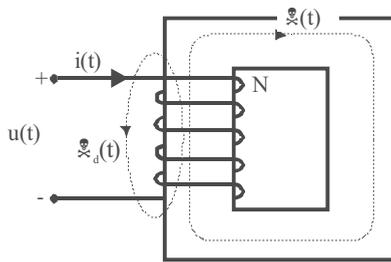


Figura 1.5. Flujo de dispersión.

La complejidad del concepto estriba fundamentalmente en que el circuito magnético no está completamente identificado en ningún caso, puesto que la permeabilidad del aire, aunque mucho menor que la de cualquier material ferromagnético, no puede ser considerada nula independientemente de cuál sea la intensidad de campo magnético H generada por la bobina (coloquialmente este hecho se traduce en la expresión "no existen aislantes para los campos magnéticos"). De esta forma, una representación fiel del flujo de dispersión ϕ_d es prácticamente imposible, por lo que la simplificación utilizada en la Figura 1.4 únicamente refleja el hecho de que es un flujo generado y no utilizado en otra parte del circuito por otra bobina.

1.3.2 Energía y coenergía magnética

Partiendo del circuito magnético de la figura, aplicando la segunda ley de Kirchoff, se obtiene la relación entre la tensión aplicada, la corriente que circula por la bobina y el flujo magnético que se establece, considerando la resistencia que presenta el conductor y despreciando la dispersión de flujo magnético:

$$u = Ri + N \frac{d\phi}{dt} \quad (1.9)$$

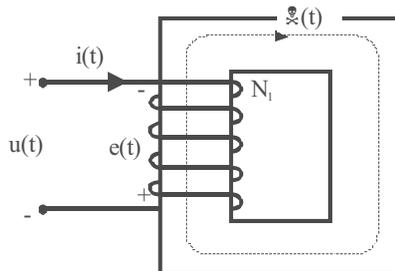


Figura 1.6. Circuito magnético simple.

El balance de energías en un intervalo diferencial de tiempo lo obtenemos multiplicando por la intensidad y el tiempo considerado:

$$u \cdot i \cdot dt = R \cdot i^2 \cdot dt + N \cdot \frac{d\phi}{dt} \cdot i \cdot dt \quad (1.10)$$

$$u \cdot i \cdot dt = R \cdot i^2 \cdot dt + N \cdot i \cdot d\phi \quad (1.11)$$

Identificando los distintos términos describimos la anterior ecuación como:

$$dW_e = dW_R + dW_{mg} \quad (1.12)$$

Donde dW_e es el diferencial de energía eléctrica que entra al circuito, dW_R es el diferencial de energía disipada en la resistencia R de la bobina por efecto Joule y dW_{mg} , es el diferencial de energía suministrada al campo magnético.

$$dW_{mg} = N \cdot i \cdot d\phi = \mathcal{F} \cdot d\phi \quad (1.13)$$

La energía magnética W_{mg} es por tanto la integral de la fuerza magnetomotriz entre dos estados del flujo magnético. Si se considera que en el instante inicial dicho flujo es nulo, la energía magnética total almacenada vale:

$$W_{mg} = \int_0^\phi \mathcal{F} \cdot d\phi \quad (1.14)$$

Se define la coenergía magnética W'_{mg} como:

$$W'_{mg} = \int_0^{\mathcal{F}} \phi \cdot d\mathcal{F} \quad (1.15)$$

1.4 Conversión de energía magnética en eléctrica. Transformadores

Si se devanan dos bobinas en torno a un núcleo ferromagnético, según la Figura 1.7:

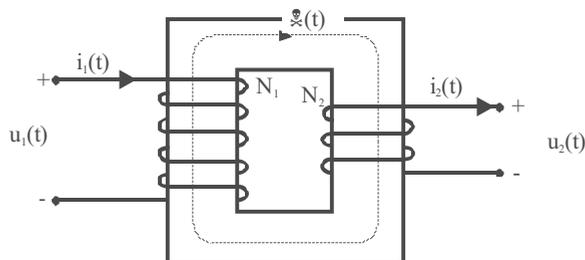


Figura 1.7. Bobinas acopladas magnéticamente.

Y asumimos los sentidos de las corrientes que circulan por las mismas y de las diferencias de potencial entre sus bornes, se concluye que del dispositivo en su conjunto actúa como una carga absorbiendo potencia $p_1(t) = u_1(t) \cdot i_1(t)$ a través de la Bobina 1 y como un generador, cediendo una potencia $p_2(t) = u_2(t) \cdot i_2(t)$ a través de la Bobina 2. El balance de energía del conjunto tiene en cuenta los balances individuales de las dos bobinas, según las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} u_1 \cdot i_1 \cdot dt &= R_1 \cdot i_1^2 \cdot dt + N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt} \cdot i_1 \cdot dt \\ u_2 \cdot i_2 \cdot dt &= -R_2 \cdot i_2^2 \cdot dt + N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt} \cdot i_2 \cdot dt \end{aligned} \quad (1.16)$$

De donde se deduce que:

$$\begin{aligned} dW_{e1} &= dW_{R1} + dW_{mg1} \\ dW_{mg2} &= dW_{e2} + dW_{R2} \end{aligned} \quad (1.17)$$

La interpretación de esta último grupo de ecuaciones nos dice que la energía eléctrica que absorbe el primer devanado se utiliza en parte en almacenar una energía en forma de campo magnético y el resto se disipa en forma de calor. El flujo generado almacena una energía en la segunda bobina, de la cual parte se pierde en forma de calor y parte se cede al circuito que tenga aguas abajo.

1.5 Conversión de la energía magnética en movimiento de traslación. Relés y contactores

Supongamos el circuito magnético de la Figura 1.7 en el que una bobina devanada sobre un núcleo ferromagnético fijo es alimentada con una tensión $u(t)$. Parte del circuito magnético lo constituye una pieza que puede desplazarse horizontalmente, por lo que el entrehierro que separa ambas partes del circuito magnético será variable. Cuando circula una corriente por el devanado, se establece un flujo magnético que provoca una fuerza de atracción f sobre la pieza móvil.

Para analizar el balance de energías, suponemos que inicialmente la pieza está en una posición $x_1 = x$ y se desplaza hasta una posición $x_2 = x - dx$.

$$dW_e = dW_R + dW_{mec} + dW_{mg} \quad (1.18)$$

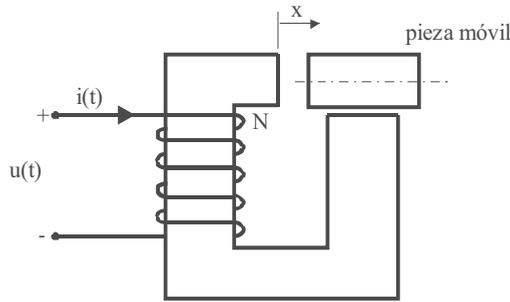


Figura 1.8. Circuito magnético con movimiento de traslación.

Donde dW_{mec} es el trabajo mecánico realizado por la pieza móvil:

$$dW_{mec} = f \cdot dx \quad (1.19)$$

Si despreciamos las pérdidas térmicas en el conductor, la variación de energía eléctrica introducida en el sistema se invierte en variar la energía magnética y en realizar un trabajo mecánico.

Para poder determinar el valor de la fuerza ejercida sobre la parte móvil, necesitamos determinar cómo varía la energía magnética y para ello, se considera que la curva que relaciona la fuerza magnetomotriz T y el flujo ϕ varía según la Figura 1.9 al disminuir el entrehierro.

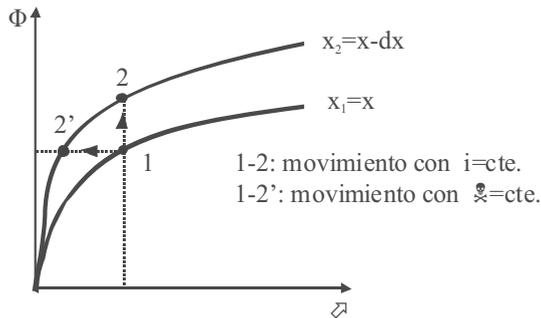


Figura 1.9. Curvas de magnetización.

La transición entre el punto de funcionamiento 1 correspondiente al estado inicial del circuito y el correspondiente al estado final del mismo, se situará entre los límites marcados por las transiciones realizadas a corriente constante 2 y la realizada a flujo constante 2'.

- Si la transición se realiza a flujo constante, lo cual significa realizar el movimiento rápidamente, la energía absorbida de la red será nula, pues si se desprecia el valor de la resistencia:

$$dW_e = u \cdot i \cdot dt = N \cdot i \cdot d\phi = 0 \quad (1.20)$$

Entonces el trabajo mecánico consume la energía que cede el campo magnético:

$$dW_{mg} = -dW_{mec} = -f \cdot dx \quad (1.21)$$

Por lo que se considera que:

$$f = - \left. \frac{\partial W_{mg}}{\partial x} \right|_{\phi=cte} \quad (1.22)$$

El signo obedece a que la fuerza tiende a hacer disminuir la energía almacenada en el campo magnético, por lo que si ésta disminuye con el entrehierro, la fuerza será siempre de atracción.

Si se supone una relación lineal entre flujo y fuerza magnetomotriz el resultado permite concluir que la fuerza tenderá a hacer reducir la reluctancia del circuito magnético:

$$\begin{aligned} W_{mg} &= \frac{1}{2} \mathfrak{R} \phi^2 \\ f &= -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{d\mathfrak{R}}{dx} \end{aligned} \quad (1.23)$$

- Si la transición se realiza a corriente constante, con un movimiento lo suficientemente lento:

$$dW_e = u \cdot i \cdot dt = N \cdot i \cdot d\phi = \mathfrak{S} \cdot d\phi = dW_{mg} + dW_{mec} \quad (1.24)$$

Si se tiene en cuenta que:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S} \cdot \phi &= W_{mg} + W'_{mg} \\ d\mathfrak{S} \cdot \phi + \mathfrak{S} \cdot d\phi &= dW_{mg} + dW'_{mg} \end{aligned} \quad (1.25)$$

Y que además $d\mathfrak{S}=0$ (por ser la corriente constante), se obtiene que:

$$dW'_{mg} = dW_{mec} = f \cdot dx \quad (1.26)$$

$$f = \left. \frac{\partial W'_{mg}}{\partial x} \right|_{i=cte} \quad (1.27)$$

Aplicando un razonamiento análogo, se concluye que, como se ha supuesto que el entrehierro disminuye y la coenergía magnética disminuye con el mismo, la fuerza siempre será atractiva.

De nuevo, si se supone una relación lineal entre flujo y fuerza magnetomotriz y se tiene en cuenta que $L=N^2/\mathfrak{R}$, se observa que la fuerza tiende a incrementar la autoinducción L de la bobina reduciendo la reluctancia \mathfrak{R} del circuito magnético haciendo disminuir el entrehierro.

$$W'_{mg} = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{F}^2}{\mathfrak{R}} = \frac{1}{2} Li^2 \quad (1.28)$$

$$f = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx}$$

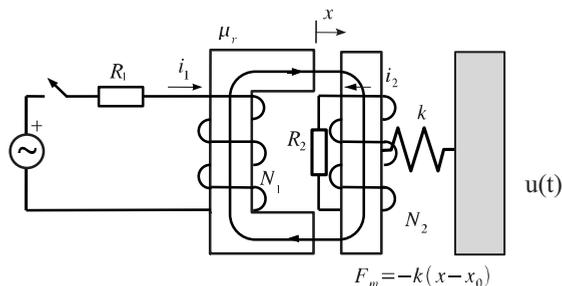
Los procesos anteriormente descritos son la base del funcionamiento de los principales elementos de los accionamientos eléctricos: los relés y los contactores.

Ejercicio de aplicación 1.1

En la figura se ha representado un convertidor electromecánico compuesto por un electroimán y su yugo. El electroimán tiene una bobina de N_1 espiras, alimentada con una fuente de tensión alterna $u(t)$, cuya resistencia interna es R_1 . En el yugo existe otra bobina de N_2 espiras que se encuentra en cortocircuito y posee una resistencia de R_2 . El yugo está conectado mediante un resorte a un sistema fijo. En la posición de reposo del resorte, el yugo se encuentra a x_0 mm del electroimán. La sección transversal del material electromagnético es de S_{Fe} cm² y la longitud media del camino magnético (sin considerar el entrehierro) es de l_{Fe} cm. La permeabilidad relativa del material magnético es μ_r y se considera constante.

En estas condiciones determinar:

- a) Las ecuaciones que determinan la relación entre los enlaces de flujo y las corrientes en función de la posición del yugo, y b) las ecuaciones que determinan la posición de equilibrio.



Solución:

Los enlaces de flujo de las dos bobinas, teniendo en cuenta los sentidos de las corrientes en las mismas, valen:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= N_1 \cdot \phi_1 = L_1 \cdot i_1(t) + M \cdot i_2(t) \\ \psi_2 &= N_2 \cdot \phi_2 = M \cdot i_2(t) + L_2 \cdot i_1(t)\end{aligned}$$

Si suponemos que la superficie que abarcan las líneas de campo que atraviesa el entrehierro es la misma que la superficie transversal del núcleo ferromagnético, las inductancias propias y mutuas valen:

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}}; \quad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}}; \quad M = \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}}$$

Donde:

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_{Fe} + \mathfrak{R}_{\delta} = \frac{1}{\mu_{Fe}} \cdot \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l_{\delta}}{S_{\delta}} = \frac{1}{\mu_{Fe}} \cdot \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{2 \cdot x}{S_{\delta}}$$

Luego:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= N_1 \cdot \phi_1 = \frac{1}{\mathfrak{R}} [N_1^2 \cdot i_1(t) + N_1 \cdot N_2 \cdot i_2(t)] = \left(\frac{1}{\mu_{Fe}} \cdot \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{2 \cdot x}{S_{\delta}} \right) [N_1^2 \cdot i_1(t) + N_1 \cdot N_2 \cdot i_2(t)] \\ \psi_2 &= N_2 \cdot \phi_2 = \frac{1}{\mathfrak{R}} [N_2^2 \cdot i_2(t) + N_1 \cdot N_2 \cdot i_1(t)] = \left(\frac{1}{\mu_{Fe}} \cdot \frac{l_{Fe}}{S_{Fe}} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{2 \cdot x}{S_{\delta}} \right) [N_2^2 \cdot i_2(t) + N_1 \cdot N_2 \cdot i_1(t)]\end{aligned}$$

Como se aprecia de las ecuaciones anteriores, son 5 las incógnitas que tiene el sistema (corrientes, flujo y longitud del entrehierro), por lo que es preciso utilizar las ecuaciones del circuito eléctrico y del equilibrio de fuerzas.

De las ecuaciones de malla del circuito eléctrico, se tiene:

$$\begin{aligned}u(t) + e_1(t) - i_1(t) \cdot R_1 &= 0 \quad \Rightarrow u(t) = -e_1(t) + i_1(t) \cdot R_1 = \frac{d\psi_1}{dt} + i_1(t) \cdot R_1 \\ e_2(t) - i_2(t) \cdot R_2 &= 0 \quad \Rightarrow 0 = -\frac{d\psi_2}{dt} - i_2(t) \cdot R_2\end{aligned}$$

Por último, en equilibrio las fuerzas magnética y del resorte se igualan, por lo que, teniendo en cuenta la relación lineal entre flujo y corriente:

$$W_{mg} = W'_{mg} = \frac{1}{2} \mathfrak{S}_1 \cdot \phi_1 + \frac{1}{2} \mathfrak{S}_2 \cdot \phi_2 = \frac{1}{2} i_1 \cdot \psi_1 + \frac{1}{2} i_2 \cdot \psi_2 = \frac{1}{2} L_1 \cdot i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \cdot i_2^2 + M \cdot i_1 \cdot i_2$$

$$f_{mg} = \left. \frac{\partial W'_{mg}}{\partial x} \right|_{i_1, i_2 = \text{const}} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \right) \Bigg|_{i_1, i_2 = \text{const}} = f_K$$

$$\frac{1}{2} i_1^2 \frac{\partial L_1}{\partial x} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{\partial L_2}{\partial x} + \frac{1}{2} i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial x} = -k \cdot (x - x_0)$$

1.6 Conversión de la energía magnética en movimiento de rotación.

Máquinas eléctricas rotativas

1.6.1 Sistemas de rotación con una única fuente de fuerza magnetomotriz

Sobre la parte estática del circuito magnético mostrado en la Figura 1.10 está devanada una bobina de N espiras alimentada con una tensión $u(t)$. Si la parte móvil pasa mediante un giro de velocidad angular Ω desde una posición inicial en la que el eje magnético del estator y el eje del rotor forman un ángulo δ a una posición final en la que el ángulo entre dichos ejes vale θ , análogamente a lo analizado en el apartado anterior, se puede deducir que la transición se ha realizado entre los límites marcados: movimiento a flujo constante o movimiento a corriente constante, llegando a las mismas relaciones expresadas en las ecuaciones correspondientes.

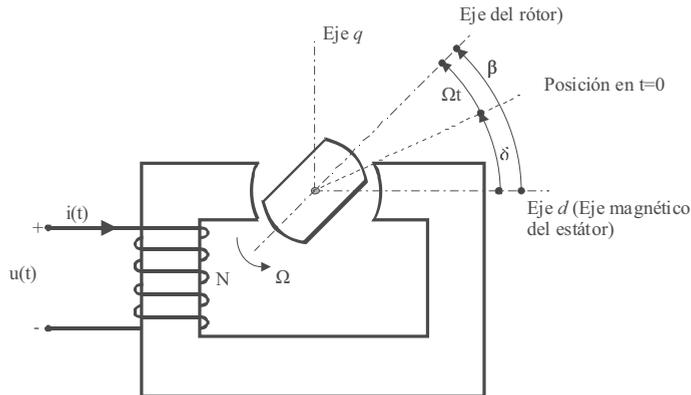


Figura 1.10

Si se tiene en cuenta que en sistemas mecánicos con rotación, la energía se expresa en función de par T y del ángulo θ según:

$$dW_{mec} = T \cdot d\theta \quad (1.29)$$

- Se obtiene, para un movimiento realizado a flujo constante que:

$$T = - \left. \frac{\partial W_{mg}}{\partial \theta} \right|_{\phi=cte} \quad (1.30)$$

Si se supone una relación lineal entre flujo y fuerza magnetomotriz, la anterior relación vale:

$$T = - \frac{1}{2} \phi^2 \frac{d\mathfrak{R}}{d\theta} \quad (1.31)$$

De donde se concluye que el par tiende a alinear los ejes de estator y rotor, donde menor es la reluctancia.

- Para un movimiento a corriente constante se llega a la misma conclusión a partir de las siguientes relaciones:

$$T = \left. \frac{\partial W'_{mg}}{\partial \theta} \right|_{i=cte} \quad (1.32)$$

$$T = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta} \quad (1.33)$$

Debido a la doble simetría del rotor, tanto la reluctancia del circuito magnético como la inductancia de la bobina varían en función del doble del ángulo que forman estator y rotor. La inductancia tiene unos valores máximo L_d y mínimo L_q que coinciden con las posiciones $\theta_d=(0, \pi)$ y $\theta_q=(\pi/2, -\pi/2)$ respectivamente.

Si se considera que la variación de la inductancia es senoidal, que $i(t)=I_m \cos(\omega t)$ y que el rotor se mueve inicialmente mediante un mecanismo externo a una velocidad angular Ω se tiene que:

$$L = L_1 + L_2 \cdot \cos 2\theta; \quad L_1 = \frac{L_d + L_q}{2}; \quad L_2 = \frac{L_d - L_q}{2}$$

$$\theta = \Omega t + \delta \quad (1.34)$$

$$T(t) = -I_m^2 \cdot \cos^2(\omega t) \cdot L_2 \cdot \text{sen}[2(\Omega t + \delta)]$$

Aplicando las relaciones trigonométricas adecuadas, el par resulta:

$$T(t) = - \frac{1}{2} I_m^2 \cdot L_2 \left\{ \text{sen}[2(\Omega t + \delta)] + \frac{1}{2} \text{sen}[2(\Omega + \omega)t + 2\delta] + \frac{1}{2} \text{sen}[2(\Omega - \omega)t + 2\delta] \right\} \quad (1.35)$$

Del análisis de la anterior ecuación se extraen las siguientes conclusiones:

- Un rotor cilíndrico ($L_d=L_q$) implica que la máquina no puede girar porque el par es nulo al ser $L_2=0$. Con una única fuerza magnetomotriz, la máquina tiene que tener reluctancia variable para poder girar.
- Únicamente si $|\Omega|=|\omega|$ se obtiene un par con valor medio no nulo. En este caso, aunque se retire el mecanismo que hacía girar la máquina inicialmente, ésta tenderá a mantener el sentido de rotación.

El caso descrito corresponde con los principios básicos de funcionamiento de los motores de reluctancia variable.

1.6.2 Sistemas de rotación con dos fuentes de fuerza magnetomotriz

Generalmente, en las máquinas eléctricas rotativas, tanto el rotor como el estator tienen devanados por los que circula corriente. Si suponemos una única fase tanto en el estator como en el rotor como en las máquinas descritas en la Figura 1.11, deberemos de tener en cuenta la energía magnética almacenada en cada una de ellas. Conforme a los sentidos de las corrientes que circulan por las bobinas, los flujos magnéticos concatenados por las mismas vienen definidos por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= N_1 \cdot \phi_1 = L_1 \cdot i_1(t) + M \cdot i_2(t) \\ \psi_2 &= N_2 \cdot \phi_2 = M \cdot i_1(t) + L_2 \cdot i_2(t)\end{aligned}\tag{1.36}$$

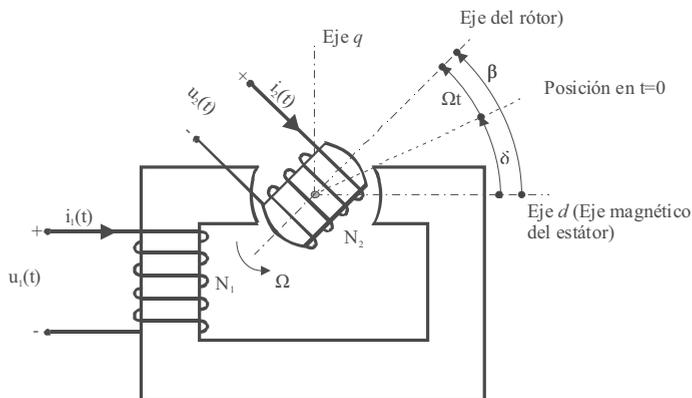


Figura 1.11

Simplificando el cálculo al considerar una relación lineal entre flujo y fuerza magnetomotriz, la energía magnética almacenada en el conjunto del sistema vale:

$$W_{mg} = W'_{mg} = \frac{1}{2} \mathfrak{S}_1 \cdot \phi_1 + \frac{1}{2} \mathfrak{S}_2 \cdot \phi_2 = \frac{1}{2} i_1 \psi_1 + \frac{1}{2} i_2 \psi_2 = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \quad (1.37)$$

Si el movimiento realiza a corriente constante:

$$T = \left. \frac{\partial W'_{mg}}{\partial \theta} \right|_{i=ccte} = \frac{1}{2} i_1^2 \cdot \frac{dL_1}{d\theta} + \frac{1}{2} i_2^2 \cdot \frac{dL_2}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dM}{d\theta} \quad (1.38)$$

Como se ha deducido en el anterior apartado, las inductancias propias de las bobinas varían en función del doble del ángulo que forman estator y rotor, mientras que la inductancia mutua varía en función del ángulo que forman dichos ejes:

$$\begin{aligned} L_1 &= L_{1a} + L_{1b} \cdot \cos 2\theta; \\ L_2 &= L_{2a} + L_{2b} \cdot \cos 2\theta \\ M &= L_m \cdot \cos \theta \end{aligned} \quad (1.39)$$

La aplicación de estas relaciones se debe particularizar para cada tipo de máquina en función de la alimentación de cada una de las bobinas y del tipo de rotor, y su análisis describirá el funcionamiento de la misma y son generalizables para mayor número de bobinas en estator y rotor.

Ejercicio de aplicación 1.2

Aplicar las anteriores expresiones para una máquina asíncrona monofásica de la máquina de rotor cilíndrico ($L_1=cte$, $L_2=cte$) como la descrita en la Figura 1.12, donde se alimentan las bobinas con dos corrientes alternas senoidales $i_1(t)=I_1 \cdot \cos(\omega_1 t)$ e $i_2(t)=I_2 \cdot \cos(\omega_2 t)$, que gira a una velocidad Ω .

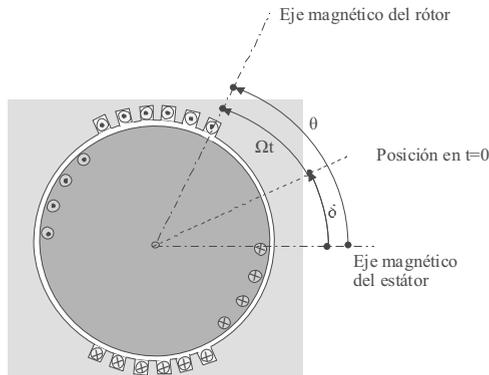


Figura 1.12. Motor asíncrono monofásico.

El par vale:

$$T = i_1 \cdot i_2 \frac{dM}{d\theta} = I_1 \cdot \cos(\omega_1 t) \cdot I_2 \cdot \cos(\omega_2 t) \cdot (-L_m \cdot \text{sen } \theta) \quad (1.40)$$

Y si se tiene en cuenta que:

$$\theta = \Omega t + \delta \quad (1.41)$$

Si aplicamos las relaciones trigonométricas:

$$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)] \quad (1.42)$$

$$\cos A \cdot \text{sen} B = \frac{1}{2} [\text{sen}(A + B) - \text{sen}(A - B)]$$

El par se puede expresar mediante la relación:

$$T = -\frac{1}{4} I_1 \cdot I_2 \cdot L_m \cdot \{ \text{sen}[(\omega_2 + \omega_1 + \Omega)t + \delta] - \text{sen}[(\omega_2 - \omega_1 - \Omega)t - \delta] - \text{sen}[(\omega_2 + \omega_1 - \Omega)t - \delta] + \text{sen}[(\omega_2 - \omega_1 + \Omega)t + \delta] \} \quad (1.43)$$

Sólo hay par medio distinto de cero si se cumple la condición $|\omega_2 - \omega_1| = |\Omega|$:

$$T_{med} = -\frac{1}{4} I_1 \cdot I_2 \cdot L_m \cdot \text{sen } \delta \quad (1.44)$$

TEMA 2

TRANSFORMADOR

MONOFÁSICO

DE POTENCIA

TEMA 2. TRANSFORMADOR MONOFÁSICO DE POTENCIA

Se puede decir que un transformador es una máquina eléctrica estática que, valiéndose de los principios de inducción electromagnética, es capaz de modificar la tensión y corriente de sistemas de corrientes variables (CA), sin modificar la frecuencia ni la potencia transferida.

Los transformadores cumplen una misión importantísima en el transporte y distribución de la energía eléctrica. Gracias a ellos se puede aumentar la tensión antes de transportar la energía a grandes distancias por las líneas de alta tensión, con el fin de reducir la intensidad y con ella las pérdidas que se dan en los conductores por el efecto Joule. Con ellos también se puede reducir la tensión, con el fin de poder distribuirla y consumirla en las industrias y viviendas, a valores que sean seguros para las personas que manipulan los sistemas eléctricos.

Aparte de estas aplicaciones, los transformadores también se utilizan para separar eléctricamente dos circuitos, alimentar con pequeñas tensiones circuitos de mando de sistemas automáticos, alimentar todo tipo de aparatos electrónicos (televisores, equipos de sonido, receptores de radio, ordenadores, etc.), adaptar aparatos eléctricos a la tensión de red cuando ésta es superior o inferior a la nominal de los mismos, acondicionar grandes tensiones y corrientes para poder ser medidas sin dificultad.

Dependiendo del sistema de corrientes que utilicemos, los transformadores pueden ser monofásicos o trifásicos. Primero se estudiarán los monofásicos, y posteriormente se estudiarán los trifásicos.

2.1 Principio de funcionamiento del transformador

Supóngase una bobina arrollada sobre un núcleo magnético, sometida a una tensión senoidal –figura 2.1-.

Aparece sobre la bobina una f.e.m. cuyo sentido es el de oponerse a la causa que lo produce (según la ley de Lenz).

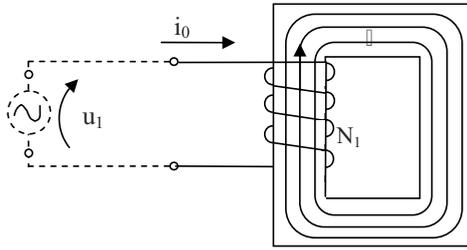


Figura 2.1. Una bobina arrollada sobre un núcleo de material ferromagnético.

De forma que si aplicáramos la segunda ley de Kirchhoff, tendría que cumplirse que $u_1 = e_1$ (ya que debe cumplirse que, $u_1 + e_1 = 0$) Es importante tener en cuenta esta igualdad, ya que cuando llevemos a cabo la representación fasorial de nuestra tensiones ambas estarán desfasadas 180° .

Según la ley de Faraday (y Lenz), sabemos que:

$$e_1 = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (2.1)$$

Esta premisa se realiza sobre la base de $i_o(t)$. Hecho que no es así realmente, ya que la bobina presenta una $R_1 \neq 0$ (esto también implicaría, que tendríamos unos valores de caída de tensión, provocando que no fuera igual $u_1 = e_1$)

De forma que según la ley de Faraday $e_1(t) = N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt}$, si sustituimos $\phi = \phi_o \cdot \text{sen}\omega t$, obtenemos que el e_1 es:

$$e_1(t) = N_1 \cdot \phi_o \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

El valor máximo será cuando el $\cos(\omega t) = 1$, entonces

$$E_{o1} = N_1 \cdot \phi_o \cdot \omega \quad (2.2)$$

De donde deducimos que el valor eficaz de E_1 será, sabiendo que $E_1 = \frac{E_{o1}}{\sqrt{2}}$:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot N_1 \cdot \omega \cdot \phi_o \quad (2.3)$$

Como $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$:

$$E_1 = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{2}} \cdot N_1 \cdot f \cdot \phi_o = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \phi_o \quad (2.4)$$

Teniendo en cuenta que el flujo es ($\phi_o = B_o \cdot S$), tendremos:

$$E_1 = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot B_o \cdot S \quad (2.5)$$

Donde B_o es la inducción magnética máxima; S , la sección del material ferromagnético del núcleo y ϕ_o , es el flujo máximo.

Llamar la atención respecto a que posteriormente se verá que los arrollamientos tienen una resistencia R_l , y además no se aprovecha todo el flujo apareciendo un flujo de dispersión ϕ_d .

En una segunda fase, si a este núcleo que estamos estudiando si se le añade otro arrollamiento, es decir una segunda bobina, se obtendrá un transformador –figura 2.2-.

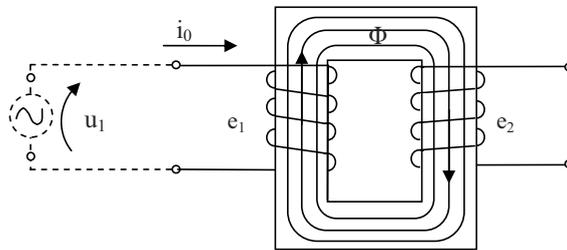


Figura 2.2. Arrollamos dos bobinas sobre nuestro núcleo de material ferromagnético.

Imagínese que el transformador está en vacío, es decir, que el segundo arrollamiento está abierto sin carga. En tal arrollamiento se induce una f.e.m alterna senoidal, al atravesar el flujo variable que se cierra por núcleo magnético los conductores del bobinado secundario:

$$e_2(t) = u_2(t) = N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (2.6)$$

Siguiendo los mismos pasos que para el primer arrollamiento, tenemos que el valor eficaz E_2 :

$$E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot N_2 \cdot \omega \cdot \phi_o = 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \phi_o = 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot B_o \cdot S \quad (2.7)$$

Si relacionamos ambas expresiones obtenidas de las f.e.m.s ecuaciones (2.5) y (2.7), teniendo en cuenta la equivalencia entre las tensiones y las f.e.m.s, tenemos que:

$$\frac{U_1(t)}{U_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.8)$$

Ya que la frecuencia y el flujo es común en ambas expresiones.

A partir de la expresión (2.8), se define la relación de transformación nominal (r_m) transformador como:

$$r_{m1} = \frac{U_{1,nominal}}{U_{2,vacio}} \cong \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.9)$$

La norma internacional “CEI:76” trata todo sobre los transformadores de potencia.

Como se puede observar de la expresión (2.1), en el caso de que en el bobinado secundario haya más vueltas que en el primario, la tensión alterna que aparece en el secundario es más alta que la aplicada al primario, y viceversa –lo cual indica que un mismo transformador puede actuar como elevador de tensión como reductor-.

Después de las consideraciones realizadas en vacío, si se conecta una carga \vec{Z}_c en el secundario ($\vec{Z}_c = Z_c \angle \varphi$) aparecerá una corriente $i_2(t)$, mientras que por el primario circulará una corriente $i_1(t) \neq i_0(t)$.

De forma que manteniéndose la tensión $u_1(t)$ en el primario, en el secundario se tendría una $u_2(t)$ diferente a $u_{2,vacio}(t)$, pero de valor similar, es decir no discrepa mucho. Entonces podremos escribir que:

$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} \cong \frac{u_{1,nominal}}{u_{2,vacio}} = r_{tn} \quad (2.10)$$

Con respecto a las intensidades, la relación entre intensidades en un transformador ideal, se puede deducir a partir de aplicar el concepto, de que la permeabilidad magnética es infinita en un transformador ideal y la ley de Ampere, es decir:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum N \cdot i \quad (2.11)$$

$$N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2 = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2.13)$$

Esta relación de intensidades puede ser también obtenida en el transformador real, a partir de la siguiente suposición, y es que “el transformador tiene muy pocas pérdidas”, o lo que es lo mismo, la potencia en el primario, será muy semejante a la potencia en el secundario.

Como referencia del rendimiento de un transformador, se tiene que para un transformador cuya potencia nominal, se encuentra en el rango de 10÷1000 kVA, el rendimiento está entre 96÷99%, y para transformadores de 10.000÷100.000 kVA, el rendimiento es de 99÷99,7%.

Por lo tanto, puedo por el principio de conservación de la energía poner:

$$U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 \approx U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 \quad (2.14)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2 \cdot \cos \varphi_2}{U_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{1}{r_m} \cdot \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \quad (2.15)$$

A plena carga puede aceptarse en general y como primera aproximación que $\varphi_1 \approx \varphi_2$, y por lo tanto:

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{1}{r_m} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2.16)$$

Por cierto si se hubiera aplicado esta aproximación a la expresión (2.14), se habría quedado:

$$U_1 \cdot I_1 \approx U_2 \cdot I_2 \quad (2.17)$$

Es decir, la potencia aparente absorbida (primario) y cedida (secundario) son, aproximadamente iguales. La máxima potencia para la que ha sido construido el transformador, recibirá el nombre de potencia (aparente) del transformador.

Ejercicio de aplicación 2.1

Un transformador reductor de 400/133 V proporciona energía a un motor monofásico de 3,5 kW, 133 V, $\cos \varphi = 0,71$. Suponiendo la corriente de vacío y las pérdidas despreciables.

Determinar:

a) La intensidad del primario, b) la relación de transformación del mismo, y c) Número de espiras en el secundario si el primario posee 3.500.

Solución:

Lo que se primero se nos pide es la intensidad que circula por el primario. Con los datos que disponemos podemos calcular la intensidad que nuestra carga demanda.

$$I_2 = \frac{P}{U_2 \cdot \cos\varphi} = \frac{3500}{1330,71} = 37,06 A$$

Para calcular la intensidad del primario, se hace necesaria la relación de transformación, que también se nos pide en el segundo apartado, y éste se puede calcular a partir de la relación entre las tensiones de primario y el secundario.

$$r_t = \frac{E_1}{E_2} = \frac{400}{133} = 3$$

Sabiendo la relación de transformación (r_t) y la I_2 , se puede calcular I_1 :

$$r_t = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow I_1 = \frac{I_2}{r_t} = \frac{37,06}{3} = 12,35 A$$

Y la relación de espiras:

$$r_t = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow N_2 = \frac{3500}{3} = 1167 \text{ espiras}$$

Ejercicio de aplicación 2.2

Se desea construir un transformador monofásico de potencia 1,5 kVA, relación de transformación 230/400 V, frecuencia 50 Hz. Admitiendo una inducción máxima de 1'3 T y considerando el transformador ideal:

Calcular:

a) Sección aproximada del núcleo, b) Número de espiras de primario y secundario, y c) Diámetro de los conductores de primario y secundario admitiendo una densidad de corriente de 4 A/mm².

Solución:

a) Sección aproximada del núcleo de material ferromagnético. Se puede definir de forma aproximada que la sección del núcleo es

$$s_{\text{núcleo}} = \sqrt{S} = \sqrt{1000} = 31,62 \text{ cm}^2 = 31,62 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

b) Espiras por fase en el primario y en el secundario. Para ello primero se calculará en primer lugar las tensiones del primario y del secundario.

Como se sabe que $U = 4,44 N \cdot f \cdot \phi$

Para poder determinar las espiras sólo falta obtener el valor del flujo, que será:

$$\phi_{max} = B_{max} \cdot s_n = 1,3 \cdot 31,62 \cdot 10^{-4} = 4,11 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$N_1 = \frac{U}{4,44 \cdot f \cdot \phi} = \frac{230}{4,44 \cdot 50 \cdot 4,11 \cdot 10^{-3}} = 252 \text{ espiras}$$

$$N_1 = \frac{U}{4,44 \cdot f \cdot \phi} = \frac{400}{4,44 \cdot 50 \cdot 4,11 \cdot 10^{-3}} = 438 \text{ espiras}$$

c) Diámetro de las espiras que conforman el primario y el secundario de nuestro transformador. Sabiendo la densidad de corriente (δ) que admite que es de 4 A/mm², lo primero que debemos hacer, es calcular las intensidades que deben soportar dichas espiras.

$$I_1 = \frac{S}{U_1} = \frac{1500}{230} = 6,52 \text{ A}$$

La sección del primario, se puede obtener a partir de la densidad que debe aguantar el primario, como:

$$s_1 = \frac{I_1}{\delta} = \frac{6,52}{4} = 1,63 \text{ mm}^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot s_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,63}{\pi}} = 1,44 \text{ mm}$$

Y para el secundario:

$$I_2 = \frac{S}{U_2} = \frac{1500}{400} = 3,75 \text{ A}$$

La sección del secundario, se puede obtener a partir de la densidad que debe aguantar el secundario, como:

$$s_2 = \frac{I_2}{\delta} = \frac{3,75}{4} = 0,94 \text{ mm}^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot s_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,94}{\pi}} = 1,09 \text{ mm}$$

2.2 Finalidad y utilización de los transformadores

En cuanto a la finalidad los transformadores, se definen como máquinas estáticas (es decir, que no tienen ningún elemento móvil) que tienen como misión transmitir energía eléctrica desde un sistema a una determinada tensión a otro sistema a tensión diferente –como ya se comentó en la introducción del capítulo–.

En definitiva puede añadirse que la función de esta máquina consiste en transmitir potencia, es decir, aproximadamente se cumplirá que:

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \quad (2.18)$$

Hay que agregar que esta función, la realiza con simplicidad y económicamente, ya que es escaso el mantenimiento, elevado el rendimiento- recordar que el rendimiento siempre está por encima del 96%-, y el coste es bajo, sobre todo si se compara con otras máquinas rotatorias.

Y para que se utiliza los transformadores:

- Elevar y reducir la tensión en sistemas de transporte y distribución de energías eléctricas.
- Medir magnitudes eléctricas: tensión e intensidad.



Figura 2.3. Transformador de protección (Circutor).

- Otro posible uso, puede ser el aislamiento de circuitos eléctricos, en definitiva de protección –figura 2.3-.

2.3 Tipos y constitución

Tipos de transformadores, pueden hacerse diferentes clasificaciones, por ejemplo:

- Según función:
 - a) Transformador de potencia –figura 2.4-.
 - b) Transformador de comunicación (previstos para trabajar con tensiones y frecuencias).
 - c) Transformador de medida o de protección.



Figura 2.4. Transformador de potencia: partes que componen un transformador sumergido en aceite con depósito de expansión (maixmail.com)

- Según el sistema de tensiones:

- a) Monofásicos.
- b) Trifásicos –figura 2.4-.
- c) Otros: trifásico-hexafásicos, trifásicos-dodecafásicos, trifásico-mono-fásico, etc.

- Según aumenten o disminuyan la tensión:

- a) Transformador elevador.
- b) Transformador reductor.

- Según el refrigerante:

- a) Seco –figura 2.5.a-.
- b) En baño de aceite –figura 2.5.b-.
- c) De pyraleno (askarel), están en desuso.

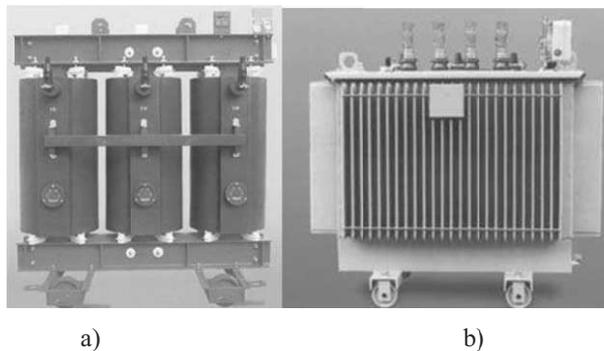


Figura 2.5. Según el refrigerante: a) seco, y b) en baño de aceite.

- Según la refrigeración:

a) Con refrigeración natural, para ello se habilitan las rejillas en los centros de transformación –figura 2.5.b-.

b) Con refrigeración forzada, mediante ventiladores.

Con respecto a la *denominación de los devanados o bobinados* indicar que el devanado de alta recibe la designación *AT*, y el devanado de baja o devanado de tensión inferior recibe la designación de *BT*.

Los términos devanado de alta y baja, no coinciden necesariamente con los devanados o arrollamientos primario y secundario.

Los principales símbolos que representan a un transformador son:

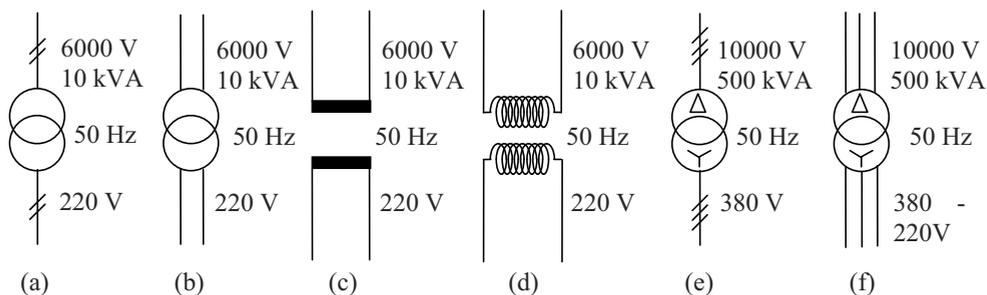


Figura 2.6. Posibles símbolos que representan a un transformador (monofásico –a) al d) y trifásico –e) y f)-)

Respecto a la *constitución* de un transformador monofásico.

Podemos hablar de un circuito eléctrico y circuito magnético, recordar lo que se trató respecto a los mismos en el capítulo cuatro del primer libro de la colección, de forma que:

- *Circuito eléctrico.* Está formado por dos bobinas acopladas magnéticamente (a través del núcleo). Las cuales ya se definieron anteriormente como:

- a) Primario y secundario, o bien,
- b) Devanado de alta y devanado de baja

Respecto a posibles disposiciones de bobinas (figura 2.7), las tres primeras disposiciones son los transformadores normales, y el último, es el denominado acorazado.

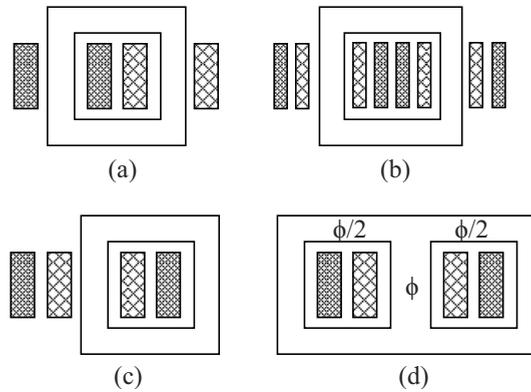


Figura 2.7. Diferentes disposiciones de los devanados sobre nuestro circuito magnético.

- En segundo lugar se estudia el circuito magnético, que lo conforma el núcleo del transformador que está constituido por chapas magnéticas de alta permeabilidad, bajo campo coercitivo y baja resistencia óhmica, con el fin de reducir las pérdidas en los circuitos magnéticos, debidas sobre todo a la histéresis y las corrientes parásitas o de Foucault. Constructivamente con el fin, de disminuir las corrientes parásitas, que se estudiaron en el capítulo cuatro, los núcleos están constituidos por chapas ferromagnéticas eléctricamente aisladas. Esta chapa magnética de acero está aleada a base de silicio (del orden del 3% al 5%), donde el silicio tiene dos funciones:

a) Reducir las pérdidas por histéresis; y

b) Aumentar la resistividad del acero. Al aumentar la resistividad, se provoca que se disminuya las pérdidas por corrientes inducidas –para una misma tensión, al tener una mayor resistencia, tendremos menos corriente-.

Con respecto a los tipos de chapa magnética:

a) Laminada en caliente, que es la chapa magnética ordinaria (ya en desuso)

b) Laminada en frío o de gramo orientado, donde la dirección más favorable viene definido por el sentido de la laminación, que es el que se utiliza modernamente. Actualmente los transformadores que se construyen son de este tipo.

c) Y la última posible disposición es la amorfa.

El espesor de las chapas es del orden de aproximadamente 0,35 mm. Y las pérdidas por histéresis y corrientes parásitas, suelen darse en W/kg, de forma que los

valores de estas pérdidas dependerán del tipo de chapa, la frecuencia y el campo magnético, algunos valores de estos aparecen en la tabla 2.1:

Tipo de chapa	Pérdidas por histéresis y corrientes parásitas (W/kg)
Chapa normal	0,8÷1,3 (50Hz, 1 T)
Grano orientado	0,4÷0,5 (50Hz, 1 T)
	1÷1,2 (50Hz, 1,5T)

Tabla 2.1. *Pérdidas en dos tipos de chapas laminadas, en función de la frecuencia y el campo magnético.*

Con respecto al aislamiento que hay entre chapas, las chapas vienen preparadas con un tratamiento termoquímico (denominado comercialmente carlite) que proporciona el necesario aislamiento en ambas caras -antiguamente se utilizaba papel o barniz-.

El progreso que ha habido en los aislamientos, ha repercutido en otro aspecto que es el denominado factor de relleno o de aprovechamiento, también llamado de apilamiento, que es el resultado de dividir la sección en hierro del núcleo –llamada sección útil- , por la sección total -sección ocupada por el hierro y el aislamiento.

Este factor va desde el 0,88 del papel al 0,95÷0,97 del carlite.

Y el último aspecto a estudiar es *la refrigeración en los transformadores.*

Si el calor que se produce en los transformadores por efecto de las pérdidas no se evacua convenientemente se puede producir la destrucción de los materiales aislantes de los devanados. Para evacuar este calor se emplean diferentes métodos de refrigeración en función la potencia nominal del transformador y la ubicación del mismo, como por ejemplo:

- Para transformadores de pequeña potencia (hasta 50 kVA) la refrigeración se realiza aprovechando el aire que envuelve a los mismos. Para ello, se construye la cubierta con unas aberturas, con el fin de que el aire pueda circular de una forma natural por los mismos (ventilación por convección). En el caso de que esta ventilación no fuese suficiente, se añaden unos ventiladores que fuerzan la refrigeración del transformador.

- Para transformadores de distribución de media potencia (menos de 200 kVA) se sumergen en aceite mineral. El aceite transmite el calor del transformador al exterior por convección natural. Además, con el aceite se consigue mejorar el aislamiento de los devanados de alta tensión.

- Para transformadores de distribución de gran potencia se añaden aletas de refrigeración en la cubierta exterior del mismo. Además, se hace circular el aceite caliente desde el interior del transformador hacia dichas aletas con el fin de acelerar el proceso de refrigeración. Para transformadores de más potencia se pueden añadir ventiladores que fuerzan la evacuación de los radiadores externos.

Por tanto, como resumen se puede indicar que, los principales medios refrigerantes, son el aire y el aceite mineral (en vez de estos aceites se usan líquidos especiales como el askarel o pyraleno).

Y por último, se puede hablar de tipos de refrigeración: a) natural, b) forzada (por medio de ventiladores).

2.4 Potencia nominal de un transformador

La alusión a la potencia nominal de un transformador siempre se refiere a la potencia aparente (S).

Por definición, potencia nominal (kVA o MVA) de un transformador monofásico es el producto de su tensión nominal primaria por la corriente nominal correspondiente.

Definiremos tensiones y corrientes nominales como aquellas para las cuales el transformador ha sido proyectado y serán los valores base de los ensayos. Así por ejemplo, un transformador que posea las siguientes características nominales: 20000 V, de tensión nominal del primario y 60 A, de corriente nominal del primario, le corresponderá una potencia nominal de $1200000 \text{ VA} = 1200 \text{ kVA} = 1,2 \text{ MVA}$.

Los aislantes del bobinado primario de este transformador deberán soportar una tensión superior de 20000 V. y los conductores del mismo deberán poseer una sección suficiente para soportar el paso de una corriente de 60 A.

En resumen, se puede decir que la potencia nominal de un transformador es un valor puramente convencional de referencia y que está fijado, básicamente, desde un punto de vista térmico. Hay que pensar que el transformador trabajando a plena carga se

calienta por causa de las pérdidas en el cobre ocasionadas por el efecto Joule en los conductores del primario y del secundario, así como por las pérdidas que aparecen en el núcleo de hierro por histéresis y corrientes parásitas.

Un transformador trabajando a sus características nominales evacuará el calor que produce sin dificultad, manteniendo una temperatura de trabajo no peligrosa. La pregunta que puede surgir es, ¿el transformador puede trabajar a una potencia superior a la nominal?

Si nuestro transformador trabaja a una potencia superior a la nominal, éste se calentará excesivamente, para compensar ese calentamiento se puede mejorar la refrigeración de nuestro transformador, por ejemplo, con ventiladores o sumergiendo los bobinados en aceite mineral, y se habrá conseguido el objetivo de trabajar con nuestro transformador en sobrecarga.

2.5 Corriente de vacío en el transformador

Se entiende que nuestro transformador está trabajando en vacío, cuando nuestro transformador está conectado el primario a la red, mientras que el secundario no se conecta a carga alguna. Por el primario aparecerá una corriente de vacío.

A continuación vamos a estudiar la corriente en una inductancia de un núcleo magnético (se parte de que $R=0$). En circuito abierto lo único que tendremos es la i_o , llamada intensidad de excitación o corriente de vacío, como se ha comentado con anterioridad. Se estudiará cual es el valor de nuestra intensidad de vacío para dos casos, en función si se considera o no se considera, las pérdidas por histéresis en nuestro material:

- Caso 1. Se considera que nuestro material ferromagnético carece de pérdidas por histéresis, es decir, el área del ciclo de histéresis es nula –figura 2.8-. $U_1(t)$ es senoidal y por tanto $\Phi(t)$ es senoidal, ya que:

$$u_1(t) = -e_1(t) = N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (2.19)$$

La tensión en el primario en función de la frecuencia sería:

$$\vec{U}_1 = \vec{E}_1 = j\omega \cdot N_1 \cdot \phi \quad (2.20)$$

Con respecto a la intensidad de vacío o excitación ($i_o(t)$), indicar que será o no será senoidal, dependiendo de si se está trabajando en la parte de la curva de

magnetización lineal o no, respectivamente. Como se observa en la figura 2.8, se está trabajando en la zona lineal.

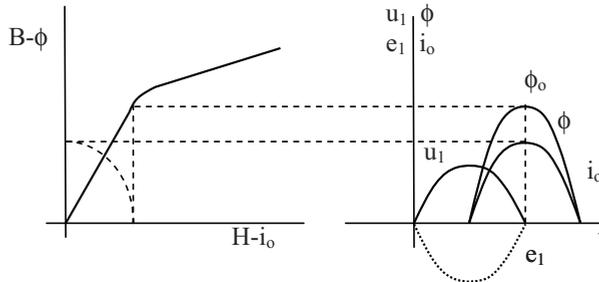


Figura 2.8. Curva de la intensidad de vacío o excitación, cuando se trabaja en la parte lineal del circuito magnético.

Ahora bien se tiene la opción de que trabaje dentro de la zona no lineal, caso que por cierto, es en la práctica el que se suele dar, es decir, generalmente se suele trabajar con valores de B entrados en el codo de saturación, como se aprecia en la figura 2.9.

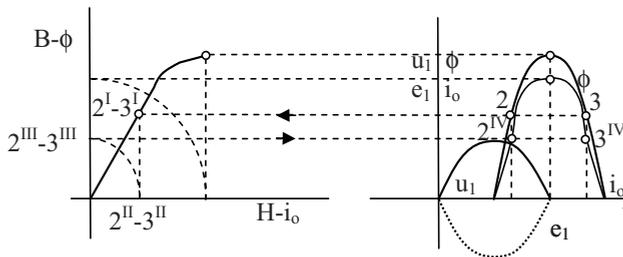


Figura 2.9. Curva de la intensidad de vacío o excitación, cuando se trabaja en la parte no lineal del circuito magnético.

Cuando se está trabajando en esta situación, el valor de i_o se aprecia visualmente que tienen armónicos básicamente fundamental y tercer armónico, como se puede apreciar en la figura 2.9.

- Caso 2. Material magnético con pérdidas por histéresis –figura 2.10-.

Realizando el mismo estudio que en el caso anterior, se concluye que la curva de campana se deforma, generándose una asimetría y un adelanto respecto al flujo.

Por supuesto, si se realizara un estudio en serie de Fourier, se podría obtener que los armónicos, son todos impares, y además, por tener simetría entre el semiciclo positivo y negativo y ser repetitivo, no tiene armónicos pares.

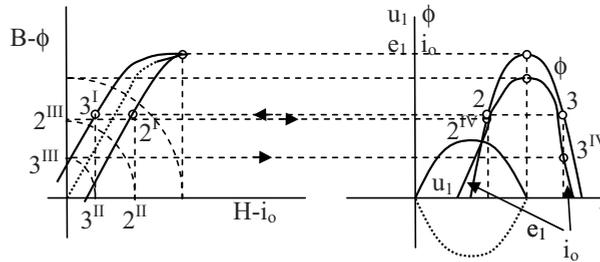


Figura 2.10. Curva de la intensidad de vacío o excitación, cuando se trabaja considerándose las pérdidas por histéresis.

De todas formas aunque i_o no es senoidal, con vistas a facilitar el estudio se va a considerar una corriente senoidal equivalente de forma que se pueda representar en el plano complejo. De forma que nuestra senoide equivalente de la corriente de vacío i_o debe cumplir que:

- Tendrá el mismo valor eficaz, que la i_o (+) inicial, es decir la distorsionada.
- Y deberá tener una componente activa I_{FE} que justifique las pérdidas en el núcleo, es decir, deberá tener un desfase φ_o .

Por tanto, se tendrá a la hora de representar en un diagrama vectorial nuestra intensidad de vacío dos casos, el caso a), en el cual tenemos la disposición ideal del transformador (Figura 2.11.a).

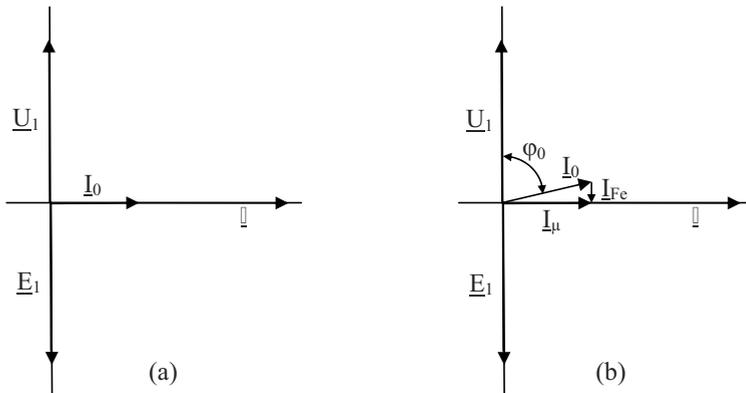


Figura 2.11. Diagrama vectorial que representa la intensidad de vacío o de excitación: a) Sin pérdidas por histéresis y b) Con pérdidas por histéresis.

Y el caso b) correspondiente al caso real, donde \vec{I}_o está algo adelantada con respecto al Φ (figura 2.11.b), y por tanto el φ_o , tendrá otro valor distinto de I_o (de la figura 2.11.a), aunque realmente será o estará cercano a 90° .

La corriente de vacío o excitación del transformador, se divide en dos, I_μ que es la componente magnetizante o reactiva de I_o , es decir, $I_\mu = I_o \cdot \text{sen}\varphi$, y la I_{Fe} , que es la componente de pérdidas en el hierro o componente activa de I_o , es decir, $I_o = I_o \cdot \text{cos}\varphi$.

Luego la potencia activa consumida por el transformador en vacío, también llamado pérdidas en el núcleo ferromagnético, se obtendrá de la expresión:

$$P = U_1 \cdot I_o \cdot \text{cos} \varphi_o = U_1 \cdot I_{Fe} \quad (2.21)$$

Siempre es conveniente tener idea de los órdenes de variación de la i_o , especialmente pensando en simplificaciones que se van a ir realizando a lo largo del estudio de nuestro transformador, de forma que:

a) En transformadores modernos de chapa de grano orientado, laminada en frío, $I_o=0,6\div 8\%$ de I_{IN} , y la $I_{Fe}=1\div 15\%$ de $I_o \rightarrow I_\mu \cong I_o$.

b) En los transformadores antiguos, $I_o=4\div 14\%$ de I_{IN} , y la $I_{Fe}=5\div 14\%$ de I_o .

2.6 Análisis del transformador real en vacío

Otro paso hacia el transformador real es la consideración de la resistencia no nula (R_1) del arrollamiento primario, y del flujo de dispersión. También el secundario tiene una resistencia (R_2), pero en el estudio del transformador en vacío, su existencia no tiene ningún efecto ya que, $e_2=u_2$. Pues bien, veamos los 2 casos:

2.6.1 Consideración de la resistencia en el primario

La ecuación de malla para la figura 2.12, será sólo considerando la presencia de nuestra resistencia R_1 , en valores instantáneos:

$$u_1(t) = R_1 \cdot i_o(t) - e_1(t) \quad (2.22)$$

Y en números complejos:

$$\vec{U}_1 = R_1 \cdot \vec{I}_o - \vec{E}_1 \quad (2.23)$$

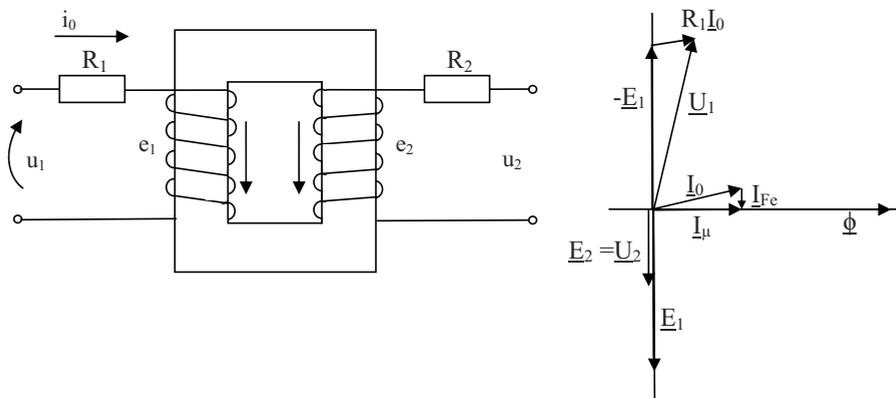


Figura 2.12. Análisis del transformador real vacío:
 a) Circuito del transformador en vacío, y b) Diagrama vectorial.

2.6.2 Consideración del flujo de dispersión

En la primera visión del transformador, se supuso que todo el flujo originado por el primario era “conducido” por el circuito ferromagnético.

La realidad es que existe un pequeño flujo de dispersión ϕ_{d1} –Figura 2.13–.

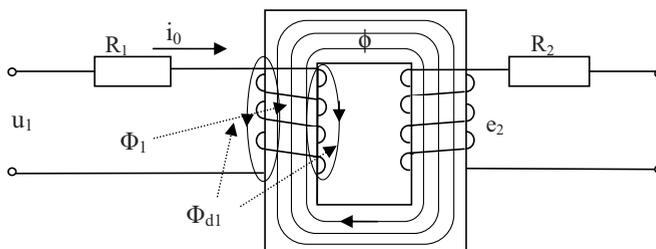


Figura 2.13. Recorridos de nuestros flujos en el núcleo de material ferromagnético.

Por tanto $\phi_1 = \phi + \phi_{d1}$, que es el flujo abarcado por el primario, no es el mismo que el concatenado por el secundario, que es ϕ . Esto introduce una complicación a la idea de que el flujo era todo común -idea simple y práctica- Con la idea de conservar dicha idea, el flujo común (ϕ) y el de dispersión (ϕ_{d1}) se va a representar de diferente manera. Para ello:

1°. Que la bobina primaria carece de flujo de dispersión. Todo es ϕ , y se cierra por el circuito ferromagnético.

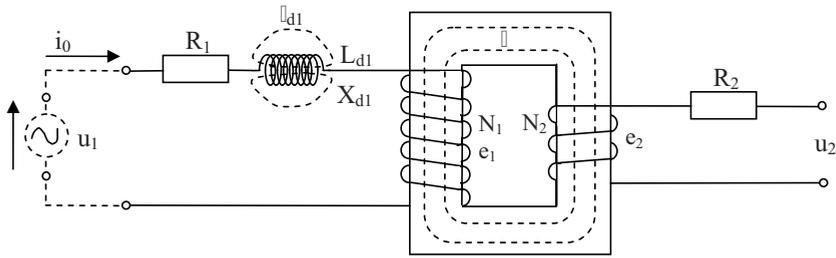


Figura 2.14. Análisis del transformador real vacío: Modelo eléctrico.

2°. Que en serie con la anterior, existe una bobina, con el mismo número de espiras que la principal, dimensionada de tal forma que al circular la corriente (por ejemplo i_o) generase el mismo flujo de dispersión (ϕ_{d1}), que tal corriente producía en la principal.

El flujo de dispersión se establece en los conductores, y en los dieléctricos sólidos, líquidos y gaseosos. Todos ellos son materiales ferromagnéticos.

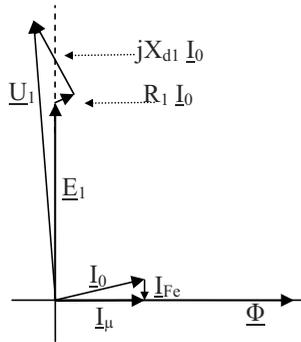


Figura 2.15. Análisis del transformador real vacío: Diagrama vectorial.

La representación vectorial del transformador trabajando en vacío viene dado por la figura 2.15, y su expresión analítica se corresponde con:

$$E_1 = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (2.24)$$

$$\vec{U}_1 = -\vec{E}_1 + R_1 \cdot \vec{I}_o + jX_{d1} \cdot \vec{I}_o \quad (2.25)$$

2.6.3 Ensayo de vacío

Mediante una sencilla experiencia –como se muestra en la figura 2.16-, se puede determinar los componentes de vacío de un transformador, es decir:

- a) La relación de transformación (r_m)
- b) La corriente de vacío y sus componentes (I_o)
- c) Las pérdidas en el hierro (P_{Fe})

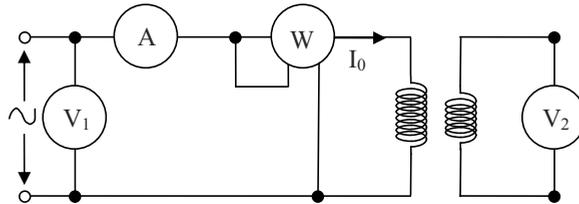


Figura 2.16. Esquema de conexión de los diferentes aparatos de medida, para llevar a cabo el ensayo de vacío.

Para llevar a cabo este ensayo se deja abierto el circuito del secundario y se conecta un voltímetro V_1 en el primario, y otro en el secundario, V_2 . Además se intercala un amperímetro (A) y un vatímetro (W) en el circuito primario.

- 1º El amperímetro A, mide la corriente de vacío del transformador I_o .
- 2º El voltímetro V_2 , mide la fuerza electromotriz E_2 inducida en el secundario y el voltímetro del primario (V_1), la tensión de red aplicada al primario.

Ahora bien la relación exacta de transformación se calcula mediante la expresión:

$$r_m = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.26)$$

Y si en vacío las caídas de tensión $R_1 \cdot I_o$ y $X_1 \cdot I_o$ son despreciables frente a U_1 —ya que al ser tan pequeña la intensidad de vacío, la caída que se tendrá fluctuará entre un 0,01 a 0,1% de la U_1 —. Se puede aceptar que $U_1 = E_1$.

Por lo tanto, la relación de transformación nominal es:

$$r_m = \frac{U_{1n}}{U_{2,vacío}} \cong \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.27)$$

3º Las pérdidas por efecto Joule en el primario $R_1 \cdot I_o^2$, son muy pequeñas debido al reducido valor de I_o (frente a I_1). Por tanto, el vatímetro mide las pérdidas en el hierro P_{Fe} ($P_o = V_1 \cdot I_o \cdot \cos\phi$).

En el siguiente apartado se va a ver que las pérdidas en el hierro son sensiblemente constantes, cualquiera que sea la carga. En resumen el ensayo de vacío proporciona las pérdidas en el hierro.

Ejercicio de aplicación 2.3

Se somete a un ensayo en vacío a un transformador monofásico de 12,5 kVA, 500/230 V, 50 Hz, obteniendo los siguientes resultados: $V_1 = 500$ V, $V_2 = 230$ V, $A = 1,1$ A. y $W = 50$ W.

Calcular:

- a) La relación de transformación, b) las pérdidas en el hierro, y c) la corriente de vacío y sus componentes.

Solución:

- a) La relación de transformación se obtiene relacionando la lectura de los voltímetros que, en el ensayo de vacío, se pondrían en el primario y en el secundario:

$$r_t = \frac{U_1}{U_2} = \frac{500}{230} = 2,17$$

- b) Según se define en el ensayo de vacío la lectura del vatímetro, nos da las pérdidas de vacío de nuestro transformador. Por tanto:

$$P_{Fe} = W = 50 \text{ W}$$

- c) La corriente de vacío –o excitación- y sus componentes. Se sabe que la lectura del amperímetro, nos define el valor de la intensidad de vacío (I_o):

$$I_o = 1,1 \text{ A}$$

Para poder obtener las componentes, necesitamos conocer el φ_o . Este se calculará por tanto en primer lugar, el $\cos \varphi_o$:

$$\cos \varphi_o = \frac{P_o}{U_{1n} \cdot I_o} = \frac{50}{500 \cdot 1,1} = 0,09 \Rightarrow \varphi_o = 84,78^\circ$$

La componente activa de la intensidad de vacío –o del hierro-:

$$I_{Fe} = I_a = I_o \cdot \cos \varphi_o = 1,1 \cdot 0,09 = 0,1 \text{ A}$$

La componente reactiva de la intensidad de vacío –o magnetizante-:

$$I_\mu = I_r = I_o \cdot \sin \varphi_o = 1,1 \cdot 0,99 = 1,09 \text{ A}$$

2.7 Transformador real en carga

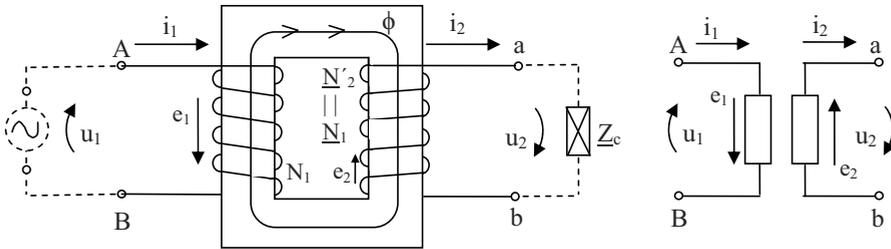


Figura 2.17. Análisis del transformador real en carga, circuito del transformador en carga.

2.7.1 Estudio del transformador en carga ideal

Al conectar Z_c (que se admite lineal), aparece una corriente I_2 en el secundario debido a la f.e.m. E_2 –figura 2.18-.

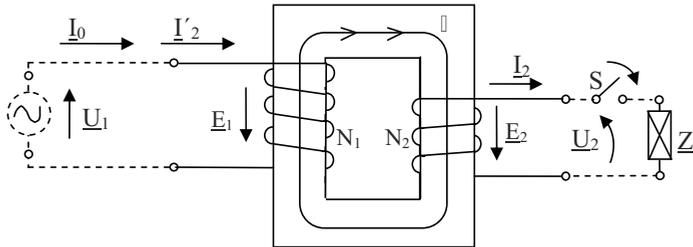


Figura 2.18. Análisis del transformador real en carga, estudio de las corrientes.

Y se tendrá en el primario, una corriente I_1 distinta de la de vacío I_0 .

Pero ojo, también debe cumplirse que:

$$u_1 = e_1(t) = -N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (2.28)$$

Y como la U_1 , es decir, la tensión de alimentación que proporciona la compañía suministradora, se puede considerar que es constante (no sufre alteración), este condiciona que no puede haber variación en el flujo, ϕ .

O lo que es lo mismo:

$$\phi_{vacío} = \phi_{carga} \Rightarrow \mathcal{R}_0 = \mathcal{R}_{carga} \quad (2.29)$$

- Se puede realizar el siguiente análisis, partiendo de la ley de Hopkinson para las situaciones en carga y en vacío, respectivamente:

$$\mathcal{F}_m = N_1 \cdot i_1(t) - N_2 \cdot i_2(t) = \mathcal{R} \cdot \phi_{carga} \quad (2.30)$$

$$\mathcal{F}_m = N_1 \cdot i_o(t) = \mathcal{R} \cdot \phi_o \quad (2.31)$$

A partir de las ecuaciones (2.30) y (2.31) y de la consideración de la ecuación (2.29), se obtiene que:

$$N_1 \cdot i_1(t) - N_2 \cdot i_2(t) = N_1 \cdot i_o(t) \quad (2.32)$$

Despejando la N_1 , se tiene que:

$$i_1(t) = i_o(t) + \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2(t) \quad (2.33)$$

$$i_1(t) = i_o(t) + i'_2(t) \quad (2.34)$$

Donde la $i'_2(t)$ se define como la intensidad que tendríamos en el primario, cuando la intensidad del secundario sea $i_2(t)$. Estos conceptos se tratarán más en detalle en el apartado 2.8.1.

2.7.2 Transformador real

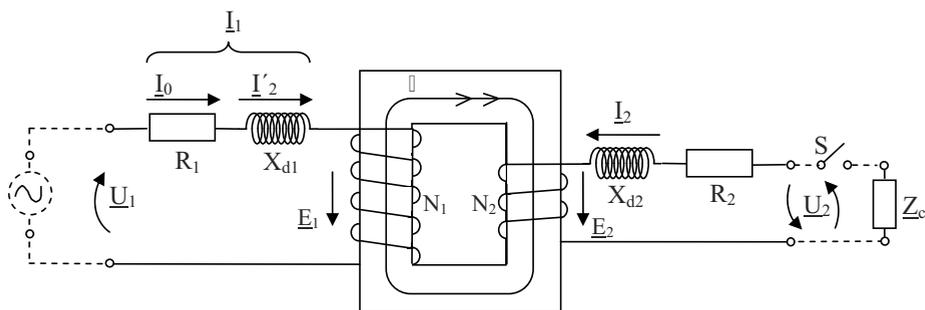


Figura 2.19. Análisis del transformador en carga: Modelo eléctrico.

La corriente i_2 , además de contribuir en el flujo común, crea un flujo de dispersión, que al igual que en el caso del primario, lo tendremos en cuenta con X_{d2} —figura 2.19—.

- De forma que las caídas de tensión en el primario $R_1 \cdot I_1$ son normalmente despreciables frente a U_1 , siendo del orden de un 0,2% a un 6% de U_1 . Partiendo de esta premisa podríamos suponer que $U_1 \approx E_1$, podemos seguir considerando que $\phi_{vacío} = \phi_{carga}$.

- De la figura 2.19 se pueden deducir las siguientes ecuaciones:

a) Con respecto a las corrientes:

$$\vec{I}_1(t) = \vec{I}_o(t) + \frac{N_2}{N_1} \vec{I}_2(t) = \vec{I}_o + \vec{I}'_2 \quad (2.35)$$

b) Tensiones en el primario:

$$\vec{U}_1 = \vec{E}_1 + (R_1 + jX_1) \cdot \vec{I}_o \quad (2.36)$$

c) Tensiones en el secundario:

$$\vec{E}_2 = \vec{U}_2 + (R_2 + jX_2) \cdot \vec{I}_2 \Rightarrow \text{donde } \vec{U}_2 = \vec{Z}_2 \cdot \vec{I}_2 \quad (2.37)$$

- Diagrama vectorial (suponiendo inductiva la carga), desde el punto de vista del primario y del secundario se muestran a continuación en las figuras 2.20 y 2.21.

Para el primario se asume como condición de partida que, $\vec{E}_1 = N_1 \cdot j\omega\phi$.

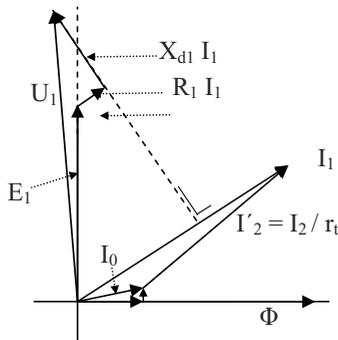


Figura 2.20. Diagrama vectorial del primario.

Para el secundario se asume que, $\vec{E}_2 = N_2 \cdot j\omega\phi$.

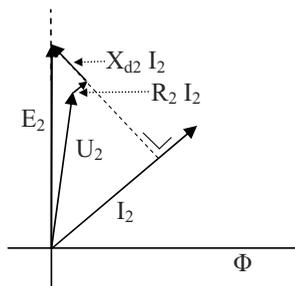


Figura 2.21. Diagrama vectorial del secundario.

2.8 Esquema equivalente del transformador. Resistencia y reactancia de cortocircuito

2.8.1 Reducción de los valores de un transformador del secundario al primario

En general estas operaciones de paso de un sistema a otro son de gran utilidad en el estudio de sistemas eléctricos a base de variar tensiones nominales. De forma que todo se reduce a una sola tensión (esta aplicación es básica como podríais ver en el estudio de cualquier instalación con variar tensiones).

Indicar que se partirá de un transformador real. Como ya se ha visto en el transformador se cumplen las siguientes relaciones:

$$\frac{E_1}{E_2} = r_m = \frac{N_1}{N_2} \quad ; \quad \frac{U_1}{U_2} \cong r_m \quad ; \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{r_m} \quad (2.38)$$

Podremos realizar las siguientes conversiones:

a) Tensiones:

$$\vec{E}'_2 = \vec{E}_2 \cdot r_t \quad (2.39)$$

$$\vec{U}'_2 = \vec{U}_2 \cdot r_t \quad (2.40)$$

$$\vec{U}'_{R2} = \vec{U}_{R2} \cdot r_t = R_2 \cdot \vec{I}_2 \cdot r_t \quad (2.41)$$

$$\vec{U}'_{Xd2} = \vec{U}_{Xd2} \cdot r_t = jX_2 \cdot \vec{I}_2 \cdot r_t \quad (X_{d2} = X_2) \quad (2.42)$$

b) Intensidades:

$$\vec{I}'_2 = \vec{I}_2 \cdot \frac{1}{r_t} \quad (r_m = r_t) \quad (2.43)$$

c) Impedancias:

$$\vec{Z}'_c = \frac{\vec{U}'_2}{\vec{I}'_2} = \frac{\vec{U}_2 \cdot r_t}{\frac{\vec{I}_2}{r_t}} = \vec{Z}_c \cdot r_t^2 \quad (2.44)$$

$$R'_2 = R_2 \cdot r_t^2 \quad (2.45)$$

$$X'_2 = X_2 \cdot r_t^2 \quad (2.46)$$

Sobra decir que los ángulos quedan inalterados y, por lo tanto, también los factores de potencia. No usaremos φ'_2 ya que es idéntico a φ_2 .

Por lo tanto, con las reducciones explicadas, no sufren alteraciones las potencias activas, las reactivas, ni las aparentes.

$$P_c = U'_2 \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 \quad (2.47)$$

$$Q_c = U'_2 \cdot I'_2 \cdot \sen \varphi_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sen \varphi_2 \quad (2.48)$$

$$S_c = U'_2 \cdot I'_2 = U_2 \cdot I_2 \quad (2.49)$$

2.8.2 Diagrama vectorial del transformador en carga. Secundario reducido o referido al primario

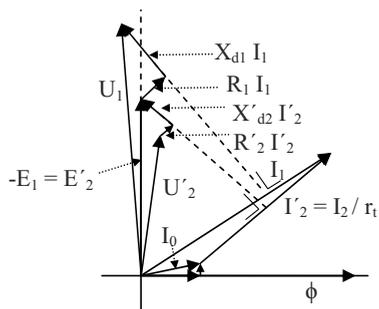


Figura 2.22. Diagrama vectorial del transformador en carga: Secundario referido al primario.

Por tanto, se cumple con respecto a la intensidad que:

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_0 + \vec{I}'_2 \quad (2.50)$$

Respecto a la tensión, pueden observar en la figura 2.22 que se cumplen:

$$\vec{U}_1 = \vec{E}_1 + \vec{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1) \quad (2.51)$$

$$\vec{E}'_2 = \vec{U}'_2 + \vec{I}'_2 \cdot (R'_2 + jX'_2) \quad (2.52)$$

Y si se pasa la tensión del secundario al primario, se tiene que la caída de tensión total será:

$$R_1 \vec{I}_1 + jX_1 \vec{I}_1 + R'_2 \vec{I}'_2 + jX'_2 \vec{I}'_2 \quad (2.53)$$

2.8.3 Esquema equivalente

A continuación a partir del modelo del transformador real, se va a definir el modelo equivalente del transformador, en las siguientes figuras, se define paso a paso la definición del esquema equivalente del transformador.

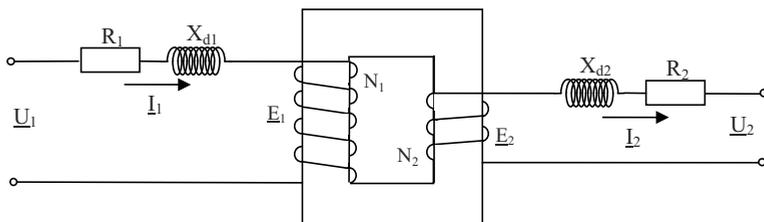


Figura 2.23. Determinación del esquema equivalente del transformador: Esquema del transformador real.

Se reducirán todos los parámetros del secundario al primario.

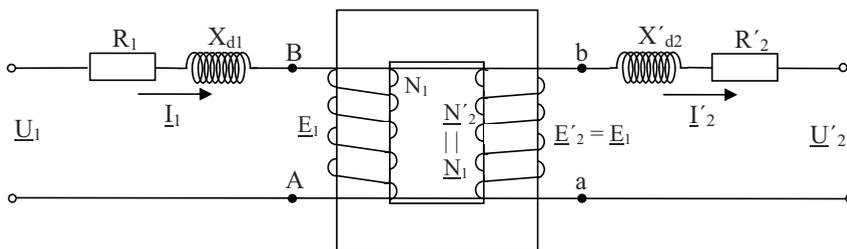


Figura 2.24. Determinación del esquema equivalente del transformador: Referir los parámetros del secundario al primario.

Al reducirse todos los parámetros de secundario al primario, se cumplirá que

$E'_2 = E_1$ y que $N'_2 = N_1$, $E_1 = E'_2 = E_2 \cdot \frac{N_1}{N_2}$ ya que, no hay ninguna alteración eléctrica.

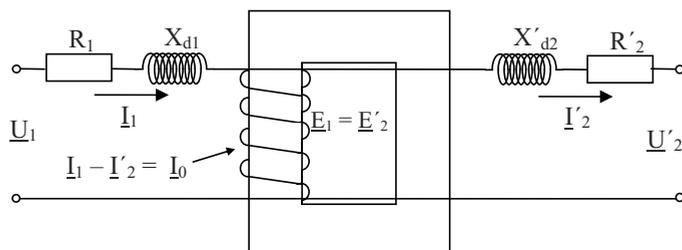


Figura 2.25. Determinación del esquema equivalente del transformador: Unimos eléctricamente los devanados del primario y secundario.

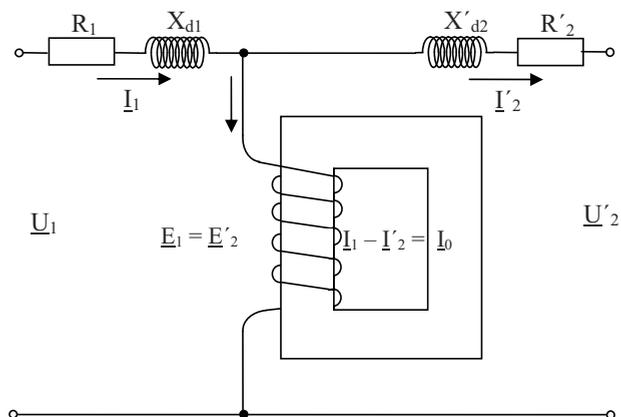


Figura 2.26. Determinación del esquema equivalente del transformador:
Definimos eléctricamente la rama transversal.

Y finalmente se sustituyen nuestras dos bobinas por una, que nos dé el consumo de la intensidad de vacío (I_o), y por último representaremos las dos componentes de la rama central R_{Fe} y X_{μ} .

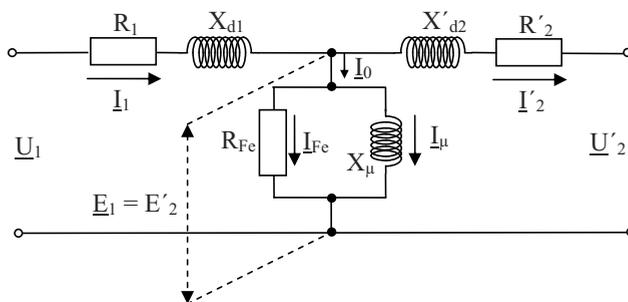


Figura 2.27. Determinación del esquema equivalente del transformador.

Este esquema podría haber sido obtenido a partir del diagrama vectorial obtenido en el apartado anterior:

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_o + \vec{I}'_2 \quad (2.54)$$

$$\vec{U}_1 = \vec{E}_1 + \vec{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1) \quad (2.55)$$

$$\vec{E}'_2 = \vec{U}'_2 + \vec{I}'_2 \cdot (R'_2 + jX'_2) \quad (2.56)$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}'_2 \quad (2.57)$$

$$\vec{I}_o = \vec{I}_{Fe} + \vec{I}_{\mu} \quad (2.58)$$

2.8.4 Esquema equivalente simplificado del transformador.

Resistencia y reactancia de cortocircito

Como se ha visto con anterioridad, teniendo en cuenta que la I_o , es tan baja, es admisible despreciar tal valor resultando, dando por resultado que:

$$\vec{I}_1 \cong \vec{I}_2 \quad (2.59)$$

Quedando nuestro esquema equivalente, de la figura 2.27, como el que se muestra en la figura 2.28.a.

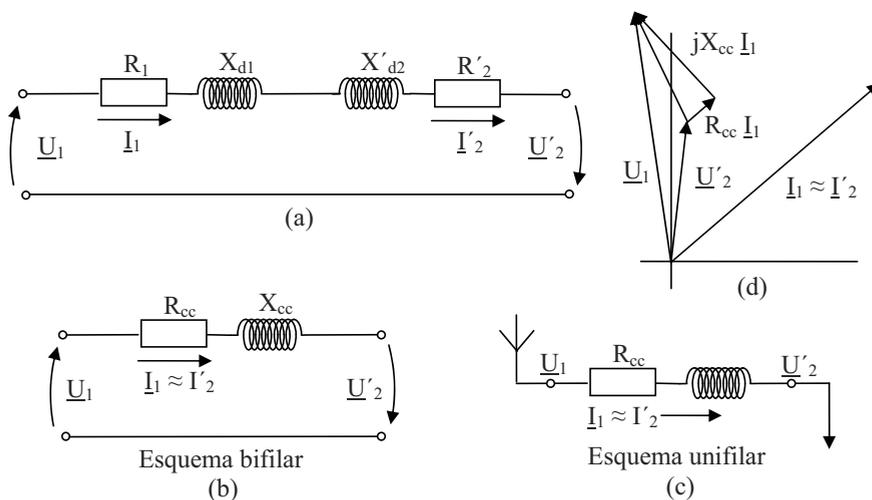


Figura 2.28. Esquema equivalente simplificado: a) Sin considerar el efecto de la I_o , b) y c) Diagramas equivalentes finales, y d) diagrama vectorial asociado al circuito b).

Donde se dice que:

$$R_{cc} = R_1 + R'_2 \quad (2.60)$$

$$X_{cc} = X_1 + X'_2 \quad (2.61)$$

Como conclusión se puede decir que un transformador monofásico se comporta como un elemento lineal -incluso si trabaja en la zona de saturación-, salvo en lo que concierne a la corriente de excitación. Se dice que se comporta como un elemento lineal porque el equivalente está definido por una R y una X, elementos que se pueden definir como lineales.

De forma que, dependiendo del esquema que se quiera utilizar, se usará la R_{CC} y X_{CC} , que por cierto se verá en el siguiente apartado que se calculan a partir del ensayo de cortocircuito, y si se quiere ser más rigurosos en el estudio, nuestro modelo deberá incluir la R_{FE} y la X_{μ} , obtenidos como se ha visto, mediante en el ensayo de vacío.

2.9 Ensayo de cortocircuito. Tensión de cortocircuito

El ensayo consiste en cortocircuitar los bornes secundarios del transformador y aplicar al primario una tensión U_{cc} , de forma que por el primario circule la corriente nominal –figura 2.29-.

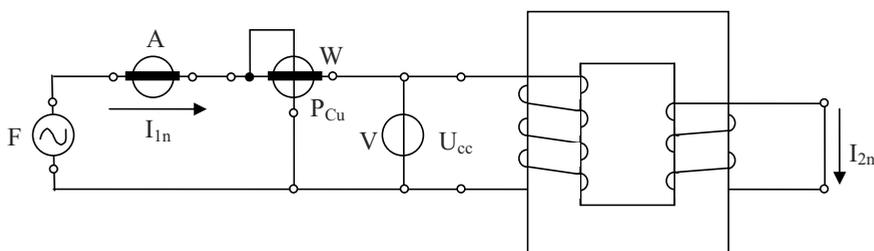


Figura 2.29. Esquema del conexionado de los diferentes aparatos de medida, para llevar a cabo el ensayo de cortocircuito.

Se va variando la tensión de entrada hasta que la I que recorra el circuito coincida con la nominal, se tendrá conocimiento de este hecho cuando el amperímetro marque dicho valor. Lo que marque en ese momento el voltímetro se corresponderá con la tensión de cortocircuito (U_{cc}).

Llegado este momento indicar, que para la realización de este ensayo no tiene por qué realizarse necesariamente de forma que pase la intensidad nominal, puede hacerse con una intensidad inferior, pero si ese es el caso, los valores del voltímetro y del vatímetro, no nos van a dar los valores de la U_{cc} y P_{cc} , a plena carga –definiéndolos como U'_{cc} y P_{Cu} o P'_{cc} , respectivamente-

Por tanto trabajando a partir del equivalente simplificado, como se muestra en la figura 2.30, se puede obtener el diagrama vectorial que en esta misma figura se visualiza.

De donde podemos definir las siguientes expresiones analíticas.

$$\vec{U}_{cc} = R_{cc} \cdot \vec{I}_{1n} + jX_{cc} \cdot \vec{I}_{1n} = (R_{cc} + jX_{cc}) \cdot \vec{I}_{1n} = \vec{Z}_{cc} \cdot \vec{I}_{1n} = \vec{U}_{Rcc} + j\vec{U}_{Xcc} \quad (2.62)$$

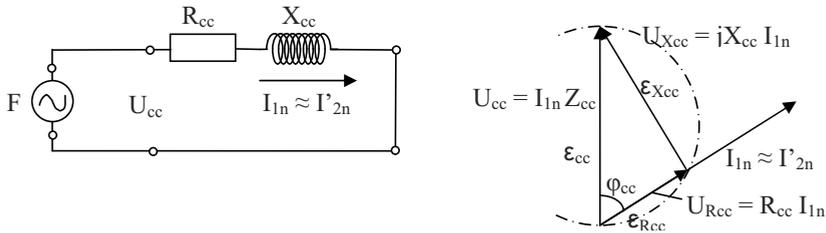


Figura 2.30. Ensayo de cortocircuito, sobre el esquema simplificado del transformador.

A partir de las lecturas que se pueden obtener de los aparatos se tiene:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{1n}} \quad (2.63)$$

$$U_{Rcc} = U_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} \quad (2.64)$$

$$U_{Xcc} = U_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} \quad (2.65)$$

Estos valores obtenidos, en la realidad, no se tratan de forma absoluta, sino como magnitudes con valor porcentual, en función de la tensión nominal del primario, de forma que:

$$U_{cc} \rightarrow \varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 \quad (2.66)$$

$$U_{Rcc} \rightarrow \varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 \quad (2.67)$$

$$U_{Xcc} \rightarrow \varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{X_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 \quad (2.68)$$

A continuación se definen dos tablas, en la primera tabla se definen los valores de $U_{cc}(\%) = \varepsilon_{cc}$, aconsejados, recomendados por UNESA para diferentes valores de tensión y de potencia –tabla 2.2-.

Hasta 630 kVA y hasta 24 kV	4%
Desde 630 kVA y 36 kV	4'5%
De 800 hasta 2.500 kVA y hasta 36 kV	6%

Tabla 2.2. Valores aconsejados por UNESA, de la $u_{cc}(\%)$.

La segunda tabla se caracteriza por ser más detallada en cuanto a los valores de todas las magnitudes porcentuales, pero sin especificar tanto respecto a los diferentes escalones de tensión y potencia que se puede tener en nuestro sistema eléctrico de potencia.

	$\varepsilon_{cc}(\%)$	$\varepsilon_{Rcc}(\%)$	$\varepsilon_{Xcc}(\%)$	$\varepsilon_{Rcc}/\varepsilon_{Xcc}$
Trafo hasta 1000 kVA	3/6	2,5/6	1,1/2,5	1,2/6
Trafo > 1000 kVA	6/13	5/13	0,4/1,3	3/30

Tabla 2.3. Otros valores aconsejados de la $u_{cc}(\%)$ y sus componentes.

Con respecto a la medida del vatímetro, es decir las pérdidas que se miden en el ensayo de cortocircuito, este ensayo proporciona las pérdidas en el cobre del transformador a plena carga. En efecto, partiendo de que el U_{cc} es pequeño frente a U_{1n} ($\approx 5\%$), tenemos que tener en cuenta dos consideraciones:

- a) Las pérdidas en el hierro (P_{Fe}) son despreciables, esto se justifica ya que, la tensión (U) es proporcional al flujo (Φ), y el flujo a su vez proporcional a la inducción magnética (B), y la pérdidas en el hierro son proporcionales a cuadrado de la B , y como partimos de una tensión que es aproximadamente un 5% de la nominal, los valores de las pérdidas asociados serán casi despreciables, es decir:

$$U_{cc} \cong N_1 \cdot \frac{d\phi_{cc}}{dt} \quad y \quad U_{1n} \cong N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (2.69)$$

Y como se parte de una tensión $U_{cc} \cong 5\%$ de U_{1n} , tenemos que $\Phi_{cc} \cong 5\%$ de Φ , y como $B = \Phi \cdot S$, la $B_{cc} \cong 5\%$ de B .

Y como se ha comentado anteriormente $P_{Fe} = K \cdot B^2$, la relación de las pérdidas en el hierro en el ensayo de cortocircuito y las pérdidas en el hierro en condiciones normales es de 400 veces menor, y por tanto, se desprecia.

- b) Con respecto a las pérdidas en el cobre, serán las mismas que las correspondientes al régimen de plena carga. Para entender esto basta considerar que el ensayo de cortocircuito habitualmente viene definido, por el hecho de que circulan las corrientes nominales.

$$U_{cc} \cong N_1 \cdot \frac{d\phi_{cc}}{dt} \quad y \quad U_{1n} \cong N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (2.70)$$

Ejercicio de aplicación 2.4

Al realizar un ensayo en cortocircuito a un transformador monofásico de 30 kVA, tensiones 1000/400 V, es necesario aplicar al lado de alta tensión una tensión de 45 V para que por el primario circule la corriente nominal. Si la potencia absorbida en el ensayo es de 850 W.

Calcular:

a) Las corrientes nominales del primario y del secundario, b) las pérdidas en el cobre para la potencia nominal, c) la tensión de cortocircuito y sus componentes, d) los parámetros R_{cc} , X_{cc} y Z_{cc} ; y e) las pérdidas en el cobre cuando el transformador trabaje a la mitad de la carga.

Solución:

a) Las corrientes nominales del primario y del secundario.

$$I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{30000}{1000} = 30 A$$

$$I_{2n} = \frac{S_n}{U_{2n}} = \frac{30000}{400} = 75 A$$

b) Las pérdidas en el cobre para la potencia nominal. La lectura del vatímetro del ensayo se corresponderá con las pérdidas del cobre, ya que se nos indica el enunciado que se realiza dicho ensayo cuando circula la corriente nominal.

$$P_{Cu} = P_{cc} = 850 W$$

c) La tensión de cortocircuito y sus componentes. La tensión de cortocircuito porcentual se obtendrá a partir de la lectura del voltímetro.

$$\varepsilon_{cc} = u_{cc}(\%) = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{45}{1000} \cdot 100 = 4,5 \%$$

Para determinar las componentes, se hace necesario calcular el desfase φ_{cc} .

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{1n}} = \frac{850}{45 \cdot 30} = 0,63 \Rightarrow \varphi_{cc} = 50,95^\circ$$

Y sus componentes son:

$$\varepsilon_{Rcc} = u_{Rcc}(\%) = \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 4,5 \cdot 0,63 = 2,84 \%$$

$$\varepsilon_{Xcc} = u_{Xcc}(\%) = \varepsilon_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = 4,5 \cdot 0,78 = 3,49 \%$$

d) Impedancia de cortocircuito y sus componentes.

$$Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{ln}} = \frac{45}{30} = 1,5\Omega$$

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 1,5 \cdot 0,63 = 0,95\Omega$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \sin\varphi_{cc} = 1,5 \cdot 0,78 = 1,17\Omega$$

e) Pérdidas del cobre cuando esté trabajando a la mitad de la carga. Son diversas formas las que podemos aplicar para su cálculo, una opción podría ser a partir del conocimiento de la R_{cc} y la I_1 :

$$P_{Cu} = R_{cc} \cdot I_1^2$$

Habría que calcular la intensidad que pasa realmente (I_1):

$$I_1 = \frac{I_{ln}}{2} = \frac{30}{2} = 15 A$$

$$P_{Cu} = 0,95 \cdot 15^2 = 213,75 W$$

Otra opción de cálculo sería, usando la expresión siguiente:

$$P_{Cu} = c^2 \cdot P_{cc} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 850 = 212,5 W$$

2.9.1 Corriente de cortocircuito en un transformador

El cálculo de las corrientes de cortocircuito es de interés para el proyectista de transformadores y de instalaciones. En efecto, el proyectista ha de prever tanto los efectos térmicos como los dinámicos que el paso de estas corrientes puedan ocasionar en nuestras instalaciones, y dimensionar las máquinas, instalaciones y protecciones de forma que los puedan resistir y adecuadamente eliminar.

A la hora de plantearse el cálculo de la corriente de cortocircuito, se sobreentenderá que los cortocircuitos son externos al transformador –el defecto podría realmente aparecer en los devanados del transformador-. Y además se considera que independientemente del valor de la corriente primaria (I_1) que puede haber en el defecto, la tensión U_1 se mantendrá constante. Esta premisa sólo se puede considerar, indicando

que el transformador está unido o conectado a una fuente de potencia infinita ($S_{cc}=\infty$). En la realidad se ve que dependiendo del tipo de instalación varía la S_{cc} , por ejemplo, se toman como valores de referencia en polígonos industriales 500 MVA, y en áreas rurales de 150 MVA.

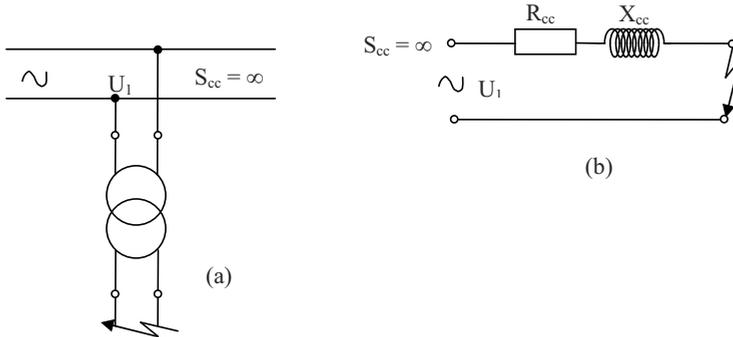


Figura 2.31. Fenómeno del cortocircuito en el secundario del transformador: a) Situación real del cortocircuito y b) El cortocircuito, en nuestro esquema equivalente simplificado.

En la anterior gráfica –figura 2.31.a- se visualiza el “accidente” llamado cortocircuito –no se confundan con el ensayo-. Uno se podría hacer la siguiente pregunta ¿qué distingue al ensayo de cortocircuito y al accidente cortocircuito?

Pues la diferencia viene marcada por las tensiones aplicadas o de alimentación, y las correspondientes corrientes que consecuentemente aparecen –tabla 2.4-, es decir,

	Tensión aplicada	Corriente correspondiente
Ensayo de cortocircuito	U_{cc}	I_{1n}
Accidente	$U_1=U_{1n}$	$I_{cc} (I_k)$

Tabla 2.4. Tensiones e intensidades que se tienen en el ensayo y en el accidente.

Partiendo del esquema equivalente simplificado –figura 2.31.b- y de las diferentes situaciones mostradas podríamos decir que siempre se cumple que:

$$Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{1n}} = \frac{U_{1n}}{I_{cc}} \quad (2.71)$$

De donde deducimos que:

$$I_{cc} = \frac{U_{1n}}{U_{cc}} \cdot I_{1n} \quad (2.72)$$

Y como ya vimos en la ecuación (2.66), $\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100$, se obtiene que:

$$I_{cc} = \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \cdot I_{1n} \quad (2.73)$$

La corriente calculada con esta expresión se corresponde con la intensidad que pasa por el primario ante la existencia de un cortocircuito, para calcular la que aparecería en el secundario, simplemente refiriendo dicho valor al secundario se obtendría:

Ejercicio de aplicación 2.5

Si partimos de 1 transformador de 100 kVA, 10.000/500 V y $\varepsilon_{cc}=5\%$.

Calcular:

a) Las intensidades de cortocircuito que se generarán en el primario y el secundario.

Solución:

a) Teniendo en cuenta las ecuaciones a utilizar que serían:

$$I_{cc} = \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \cdot I_{1n}$$

Los datos que se tendrían que calcular son los valores de las intensidades del primario y el secundario nominales.

$$I_{1n} = \frac{100 \cdot 10^3}{10000} = 10 \text{ A}$$

$$I_{2n} = \frac{100 \cdot 10^3}{500} = 200 \text{ A}$$

Se tiene por tanto que:

$$I_{cc1} = \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \cdot I_{1n} = \frac{100}{5} \cdot 10 = 200 \text{ A}$$

$$I_{cc2} = \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \cdot I_{2n} = \frac{100}{5} \cdot 200 = 4000 \text{ A}$$

Se puede observar lo elevado de las corrientes permanentes de cortocircuito (cc) que se producen.

Si se tiene en cuenta que los efectos térmicos y los dinámicos, crecen según el cuadrado de la intensidad, se entiende que se traten de limitar dichos valores.

Como ejemplo recordar que los efectos térmicos, son los que pueden provocar daños en los conductores, si no se cortan rápidamente la I_{cc} , para ello habría que prestar especial interés en la elección de los dispositivos de protección (diferenciales, automáticos, fusibles, etc.).

Y los esfuerzos dinámicos, por ejemplo aparecen entre embarrados en paralelo, y surgen cuando pasan dos grandes corrientes en conductores paralelos, el paso de estas corrientes pueden generar fuerzas de repulsión o atracción que pueden dar lugar a la rotura de los embarrados.

Por tanto y como idea fundamental a la hora de elegir un transformador, sería elegir un transformador con una tensión de cortocircuito alta para con ello, tratar de reducir la corriente de cortocircuito accidental, y esto teniendo en cuenta el experimento o ensayo de cortocircuito se logra al elevar la resistencia y reactancia de cortocircuito.

Ahora bien este efecto positivo trae consigo, como veremos a continuación un aumento de la caída de tensión, que como tal se puede considerar como un efecto negativo. Y por tanto, esta es la razón de que cuando se fabrican los transformadores se busque un equilibrio o compromiso entre estos valores o efectos, es decir, entre limitar la corriente de cortocircuito sin generar una caída de tensión elevada.

2.9.2 Caída de tensión en un transformador. Regulación

Pues bien respecto a la caída de tensión, indicar que se calculará como la diferencia algebraica entre la tensión del secundario en vacío (E_2) y la que aparece cuando el transformador trabaja en carga (U_2) –recuerden que en vacío $E_2 \cong U_2$.

$$\Delta U = E_2 - U_2 \quad (2.74)$$

Para determinar el valor de la caída de tensión en nuestro transformador, utilizaremos el circuito equivalente, con los parámetros de cortocircuito.

Donde U_1 es la tensión que aparecerá en la carga reducida al primario estando el transformador en vacío. La tensión U'_2 será la tensión que aparece en bornes de la carga cuando se establece la corriente I_1 por el transformador. En este caso, la caída de tensión será la diferencia entre las dos tensiones.

$$\Delta U = U_1 - U'_2 \quad (2.75)$$

El valor de la caída de tensión en el diagrama vectorial adjunto –figura 2.32-, explica los valores de U_1 y U'_2 , así como las caídas en la R_{cc} y X_{cc} . De forma que, la caída se puede aproximar a la suma de los vectores AB y BC.

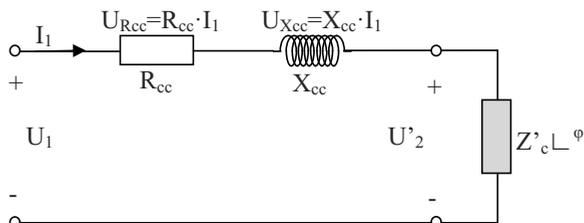


Figura 2.32. Circuito de referencia para el estudio de las caídas de tensión en nuestro transformador.

Que como se puede observar en nuestra figura (2.33) se corresponde con:

$$AB = R_{cc} \cdot I_1 \cdot \cos\varphi \text{ y } BC = X_{cc} \cdot I_1 \cdot \text{sen}\varphi \quad (2.76)$$

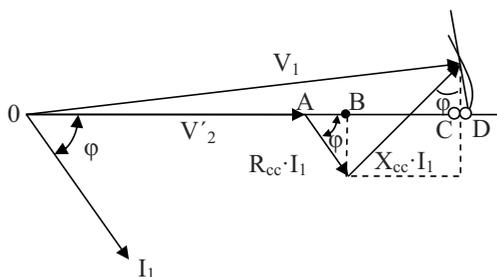


Figura 2.33. Diagrama vectorial, donde se representan la caída de tensión en nuestro transformador.

Partiendo de las consideraciones realizadas, se puede conocer las caídas en tanto por ciento que se tiene en nuestro transformador (ε), que será igual a:

$$\varepsilon = \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{U_1 - U'_2}{U_1} \cdot 100 \quad (2.77)$$

Partiendo de que se puede considerar que $U_1 - U'_2 = AB + BC$, nuestra expresión de la caída de tensión será:

$$\varepsilon = \frac{\Delta U}{U_1} \cdot 100 = \frac{R_{cc} \cdot I_1 \cdot \cos\varphi + X_{cc} \cdot I_1 \cdot \text{sen}\varphi}{U_1} \cdot 100 \quad (2.78)$$

Donde se sabe que la caída de tensión porcentual en la resistencia de cortocircuito es:

$$\varepsilon_{R_{cc}} = u_{R_{cc}}(\%) = \frac{R_{cc} \cdot I_1}{U_1} \cdot 100 \quad (2.79)$$

Y la caída de tensión porcentual en la reactancia de cortocircuito es:

$$\varepsilon_{X_{cc}} = u_{X_{cc}}(\%) = \frac{X_{cc} \cdot I_1}{U_1} \cdot 100 \quad (2.80)$$

Por tanto, la expresión de la caída de tensión porcentual en el transformador trabajando a plena carga será:

$$\varepsilon = \frac{\Delta U}{U_1} \cdot 100 = \varepsilon_{R_{cc}} \cdot \cos\varphi + \varepsilon_{X_{cc}} \cdot \text{sen}\varphi \quad (2.81)$$

Una vez definida la expresión que define la caída de tensión en nuestro transformador en tanto por ciento, en función de las caídas óhmicas en nuestras R_{cc} y X_{cc} , y del factor de potencia, uno se podría hacer la siguiente pregunta ¿cómo afecta la naturaleza de la carga conectada a nuestro transformador?

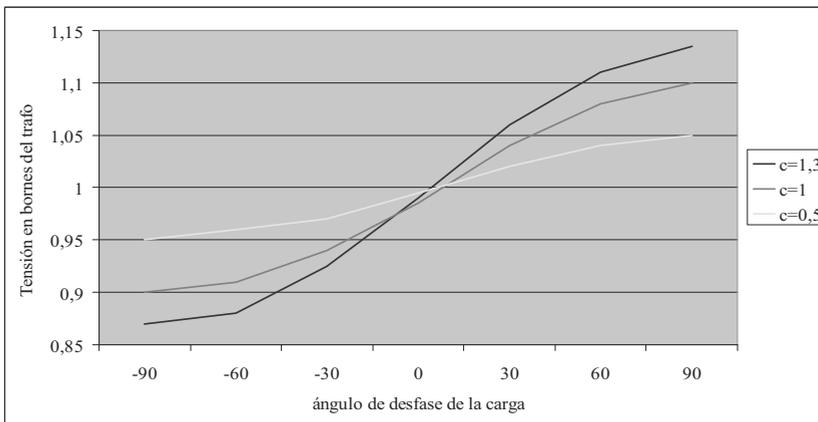


Figura 2.34. Tensión a la salida del transformador, en función del valor del ángulo de desfase de la carga y del índice de carga.

En la gráfica anterior (figura 2.34) se define cual sería el comportamiento de nuestra caída de tensión, especialmente llama la atención cuando el ángulo está en adelante (positivo), que es cuando es capacitiva, en nuestra gráfica se puede apreciar que la caída de tensión ya no es que llegue a ser nula, sino que incluso llegar a hacerse

negativa. En definitiva, con cargas capacitivas puede aparecer en bornes de nuestro transformador una tensión más alta, que en vacío.

Como se puede apreciar en la figura 2.35, cuanto mayor es el valor de la $\varepsilon_{X_{cc}}$, mayor es la caída de tensión en nuestro transformador. Así como, cuanto peor sea el factor de potencia de la carga que se encuentre aguas abajo de nuestro transformador, mayor será nuestra caída.

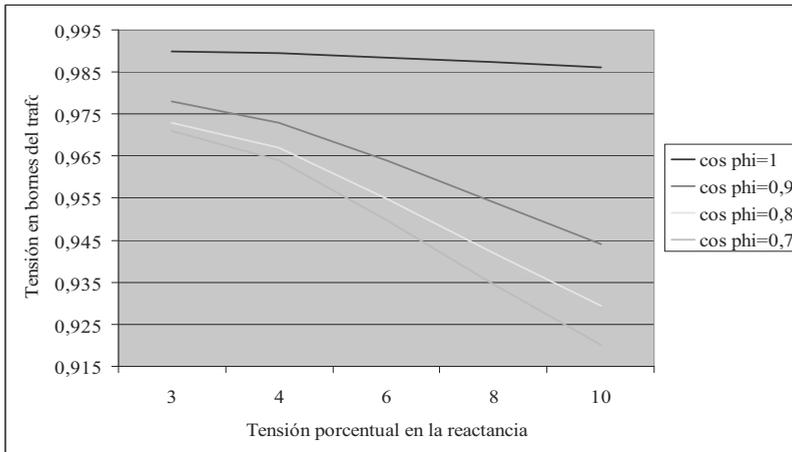


Figura 2.35. Tensión a la salida del transformador, en función del valor de la tensión porcentual en la reactancia y del factor de potencia.

Por lo que la tensión que aparece en bornes de nuestro transformador depende de: la potencia que se suministre por el secundario a la carga y del factor de potencia de dicha carga.

A nivel práctico, se traduce que según la potencia nominal del transformador S_{nT} , se indicarán en su placa de características diferentes valores, como se muestra en la siguiente tabla.

S_{nT}	Placa de características
Hasta 16 kVA	Tensión a plena carga y $\cos\phi=1$
>16 kVA	Tensión de cortocircuito en valores porcentuales.

Tabla 2.5. Placas de características y la u_{cc} .

Dos consideraciones prácticas interesantes, la primera es que la expresión de la caída de tensión porcentual definida en la ecuación 2.81, es para una situación a plena carga, si no es así, la I_I , será distinta que la nominal.

En este momento sería interesante definir el parámetro índice de carga (c), que es la relación entre la intensidad que pase entre la intensidad nominal –tanto para el primario como para los valores del secundario-. Es decir:

$$c = \frac{I_1}{I_{1n}} = \frac{I_2}{I_{2n}} = \frac{S_2}{S_{nT}} \quad (2.82)$$

Teniendo en cuenta el c , se puede definir la expresión de la caída de tensión porcentual de forma general:

$$\varepsilon = c \cdot (\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen} \varphi) \quad (2.83)$$

Donde los valores de ε_{Rcc} y ε_{Xcc} , serán los valores a plena carga e independientes del estado de carga que realmente se tenga.

Y en segundo lugar, indicar que la caída de tensión en la R_{cc} , es a veces despreciada, ya que $U_{Xcc} \gg U_{Rcc}$.

Para terminar con el cálculo de la caída de tensión en un transformador, indicar que si fuera necesario podríamos hacer un estudio más en detalle. Para ello se debería tener en cuenta que el segmento CD de la figura 2.33, forma parte de la caída, que en el anterior cálculo se ha despreciado. Considerándolo se tiene que la caída de tensión vendrá dada por la expresión siguiente:

$$\Delta U = R_{cc} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi + X_{cc} \cdot I_1 \cdot \text{sen} \varphi + U_1 - \sqrt{U_1^2 - (R_{cc} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi - X_{cc} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi)^2} \quad (2.84)$$

$$\text{Ya que el segmento } CD = U_1 - \sqrt{U_1^2 - (R_{cc} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi - X_{cc} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi)^2}.$$

Si se quisiera definir dicho valor en tanto por ciento, y en función de la carga del secundario, se quedaría:

$$\frac{\Delta U}{U_1} = c \cdot (\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen} \varphi) + 1 - \sqrt{1 - c^2 \cdot (\varepsilon_{Rcc} \cdot \sin \varphi - \varepsilon_{Xcc} \cdot \cos \varphi)^2} \quad (2.85)$$

Ejercicio de aplicación 2.6

Se desea determinar el valor efectivo de la tensión de salida de un transformador monofásico a plena carga con un FP de 0'9. Las características del mismo son: 60 kVA, 1000/230 V. En el ensayo de cortocircuito se han obtenido los siguientes resultados: ha consumido 100 W al aplicar una tensión de 12,5 V y circular una corriente por el primario de 12'5 A.

Calcular:

a) Las pérdidas en el cobre a plena carga y el valor en los bornes $-V_2-$ para esta carga, b) el valor efectivo de la tensión en la carga cuando el transformador trabaje a la mitad de su potencia nominal y a un FP de 0'9 inductivo de la misma, c) Determinar la tensión en bornes de la carga del transformador, trabajando a plena carga y con un factor de potencia capacitivo de 0'15.

Solución:

a) Pérdidas del cobre y valor en bornes del secundario para plena carga. Lo primero que debemos comprobar, es si el ensayo se ha realizado a plena carga u otra carga. Calcularemos la intensidad nominal, para compararlo con la intensidad del ensayo de cortocircuito.

$$I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{60000}{1000} = 60 A \neq 12,5 A = I_1$$

Sabiendo que no está trabajando a plena carga, ya estamos en disposición de calcular las pérdidas de cobre a plena carga, ya que:

$$P'_{cc} = c^2 \cdot P_{cc}$$

$$100 = \left(\frac{12,5}{60}\right)^2 \cdot P_{cc} \Rightarrow P_{cc} = 2304 W$$

Otra forma de calcularlo sería, a partir de la R_{cc} y la I_{1n} :

$$Z_{cc} = \frac{U'_{cc}}{U_1} = \frac{12,5}{12,5} = 1 \Omega$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P'_{cc}}{U'_{cc} \cdot I_1} = \frac{100}{12,5 \cdot 12,5} = 0,64 \Rightarrow \varphi_{cc} = 50,21^\circ$$

Donde:

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 1 \cdot 0,64 = 0,64 \Omega$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = 1 \cdot 0,77 = 0,77 \Omega$$

Por tanto:

$$P_{cc} = R_{cc} \cdot I_{1n}^2 = 0,64 \cdot 60^2 = 2304 W$$

Para calcular la tensión en bornes del secundario, será necesario calcular ε .

$$\varepsilon = c \cdot (\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \operatorname{sen}\varphi)$$

Para calcular las componentes de la tensión de cortocircuito en valor porcentual, previamente hay que calcular la tensión de cortocircuito a plena carga.

$$U_{cc} = Z_{cc} \cdot I_{1n} = 1 \cdot 60 = 60V$$

Que también puede ser calculado como:

$$U'_{cc} = c \cdot U_{cc} \Rightarrow U_{cc} = \frac{U'_{cc}}{c} = \frac{12,5}{\frac{12,5}{60}} = 60V$$

El valor porcentual de la tensión y sus componentes serán:

$$\varepsilon_{cc} = u_{cc}(\%) = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{60}{1000} \cdot 100 = 6\%$$

$$\varepsilon_{Rcc} = u_{Rcc}(\%) = \varepsilon_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 6 \cdot 0,64 = 3,84\%$$

$$\varepsilon_{Xcc} = u_{Xcc}(\%) = \varepsilon_{cc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_{cc} = 6 \cdot 0,77 = 4,62\%$$

Por tanto:

$$\varepsilon = 1 \cdot (3,84 \cdot 0,9 + 4,62 \cdot 0,44) = 5,49\%$$

Y la tensión en el secundario será:

$$U_2 = U_{2n} - \frac{U_{2n} \cdot \varepsilon}{100} = 230 - \frac{230 \cdot 5,49}{100} = 217,37V.$$

b) Valor efectivo de la tensión en el secundario del transformador, cuando trabaje a la mitad de su potencia nominal. Lo que va implicar en la ecuación anterior es que nuestro índice de carga será 0,5. Ya que trabajamos con el mismo transformador.

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot (3,84 \cdot 0,9 + 4,62 \cdot 0,44) = 2,74\%$$

Y la tensión en el secundario será:

$$U_2 = U_{n2} - \frac{U_{n2} \cdot \varepsilon}{100} = 230 - \frac{230 \cdot 2,74}{100} = 223,7V.$$

- c) Valor efectivo de la tensión en el secundario del transformador, cuando trabaje a plena carga y con un $\cos \varphi=0,15$, nuestra expresión sería

$$\varepsilon = 1 \cdot (3,84 \cdot 0,15 - 4,62 \cdot 0,99) = -4\%$$

Y la tensión en el secundario será:

$$U_2 = U_{n2} - \frac{U_{n2} \cdot \varepsilon}{100} = 230 + \frac{230 \cdot 4}{100} = 239,2V.$$

2.10 Pérdidas y rendimiento de un transformador

Si se considera un transformador ideal no se genera ningún tipo de pérdida –por lo visto hasta ahora-. Pero ahora bien, en el caso del transformador real, a pesar de ser considerada una máquina eléctrica de alto rendimiento, tiene asociadas unas pérdidas, éstas son:

- a) Pérdidas en el hierro (P_{Fe}), asociadas a los circuitos magnéticos, y obtenidas del ensayo de vacío (P_o).
- b) Pérdidas en el cobre (P_{Cu}), asociadas a las pérdidas por efecto Joule (P_{cc}).

Por tanto, podemos definir el rendimiento de un transformador en carga como la relación entre la potencia cedida por el secundario y la potencia absorbida por el primario.

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} \quad (2.86)$$

Realmente el rendimiento va a depender del índice de carga de nuestro transformador (c), como ya definimos en (2.82). ¿Pero cómo afecta?

En el término de potencia es claro, ya que la I_2 que se esté demandando se podrá poner en función de la I_{2N} , ya que $I_2 = c \cdot I_{2N}$.

Las pérdidas del hierro (P_{Fe}), es prácticamente constante e independiente del estado de carga –realmente es dependiente de la tensión, y esta se puede considerar constante-, es decir $P_{Fe} = P_o$.

Con respecto a las pérdidas en el cobre (P_{Cu}), sabemos que:

$$P_{Cu} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = R_1 \cdot I_1^2 + R'_2 \cdot I_2'^2 \quad (2.87)$$

Como $I_1^2 \approx I_2'^2$ y $R_1 + R_2' = R_{cc}$:

$$P_{Cu} = R_{cc} \cdot I_2'^2 = R_{cc} \cdot I_{2n}^2 \cdot c^2 = c^2 \cdot P_{cc} \quad (2.88)$$

Luego el rendimiento, a un régimen de carga c , es:

$$\eta_c = \frac{P_2}{P_2 + P_o + c^2 \cdot P_{cc}} = \frac{U_2 \cdot c \cdot I_{2n} \cdot \cos\phi_2}{U_2 \cdot c \cdot I_{2n} \cdot \cos\phi_2 + P_o + c^2 \cdot P_{cc}} \quad (2.89)$$

Conclusiones que se pueden obtener del estudio del rendimiento en función de cómo varíe el índice de carga o el factor de potencia:

a) Para un índice de carga constante ($c = \text{cte}$), la variación del factor de potencia afecta de la siguiente forma: si el factor de potencia es bueno, el rendimiento será mayor, que si el factor de potencia es bajo, es decir:

$$\cos\phi \downarrow \Rightarrow \eta_c \downarrow \quad \text{y} \quad \cos\phi \uparrow \Rightarrow \eta_c \uparrow \quad (2.90)$$

Ya que se minimizan los efectos de las pérdidas, cuanto mayor sea la P_2 .

b) Para un factor de potencia constante ($\cos\phi = \text{cte}$), la variación del índice de carga (c), implica que el rendimiento tendrá una curva de variación definido por la figura 2.36. Como se puede observar la curva de variación no es lineal, definiéndose un valor de índice de carga donde el rendimiento es máximo (η_{cmax}).

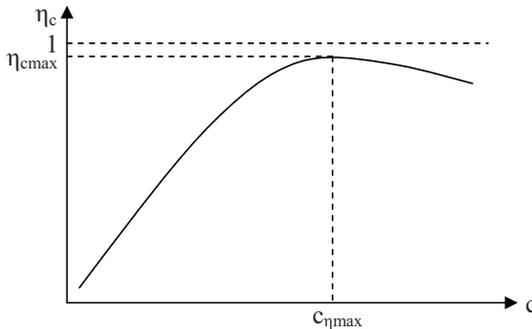


Figura 2.36. Curva de variación del rendimiento en función del índice de carga, para un factor de potencia constante.

Para poder calcular el valor del índice de carga que hace que el rendimiento sea máximo, tomando como referencia la expresión (2.89), dividiremos el numerador y el denominador por el índice de carga, obteniendo:

$$\eta_c = \frac{U_2 \cdot I_{2N} \cdot \cos\phi_2}{U_2 \cdot I_{2N} \cdot \cos\phi_2 + \frac{P_o}{c} + c \cdot P_{cc}} \quad (2.91)$$

Se cumplirá que el rendimiento es máximo, cuando sea mínimo:

$$\frac{P_o}{c} + c \cdot P_{cc} \quad (2.92)$$

Si derivamos la expresión anterior con respecto al índice de carga c , e igualamos a 0, tendremos el valor del índice de carga que nos define el mayor rendimiento.

$$\frac{d\left(\frac{P_o}{c} + c \cdot P_{cc}\right)}{dc} = -\frac{P_o}{c^2} + P_{cc} = 0 \quad (2.93)$$

$$P_o = c^2 \cdot P_{cc} ; P_{Fe} = P_{Cu} \quad (2.94)$$

$$c_{\eta_{\max}} = \sqrt{\frac{P_o}{P_{cc}}} \quad (2.95)$$

Otra expresión que es utilizada a veces para medir el rendimiento (o eficiencia) de nuestro transformador en función del índice de carga sería:

$$\eta(\%) = \frac{1}{1 + \frac{P_o + c^2 \cdot P_{Cu}}{c \cdot P_2}} \cdot 100 \quad (2.96)$$

Dicha expresión como pueden observar se obtiene de la (2.89), dividiendo denominador y numerador, por la $c \cdot P_2$. Y puntualizar que el valor que podría utilizarse para definir la potencia consumida por la carga, sería:

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot I_2 \cdot U_1 \left(1 - \frac{\Delta U}{U_1}\right) \cdot \cos \varphi \quad (2.97)$$

Como se puede observar el valor de tensión a utilizar será dependiente de la tensión que realmente tenemos en bornas del secundario de nuestro transformador.

Ejercicio de aplicación 2.7

Un transformador monofásico posee las siguientes características: 10 kVA, 7200/400 V, potencia de ensayo en vacío = 130 W, potencia de ensayo en cortocircuito = 375 W.

Calcular:

a) El rendimiento a plena carga y $\cos \varphi = 0,8$; b) El rendimiento cuando el transformador trabaje a la mitad de su potencia nominal y $\cos \varphi = 0,8$, y c) la potencia a que debe trabajar el transformador para que lo haga con el rendimiento máximo.

Solución:

- a) Calcular el rendimiento a plena carga y con un f.d.p. de 0,8i. Como no nos dice nada en contra en el enunciado se supondrá que el ensayo de cortocircuito se ha hecho a plena carga.

$$\eta_c = \frac{c \cdot S_n \cdot \cos\varphi}{c \cdot S_n \cdot \cos\varphi + P_o + c^2 \cdot P_{cc}} \cdot 100 = \frac{110 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{110 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 130 + 1^2 \cdot 375} \cdot 100 = 94,06\%$$

- b) Calcular el rendimiento a la mitad de la carga y con un f.d.p. de 0,8i. La expresión sobre la que se trabajará será la misma, pero considerando que el índice de carga, $c=0,5$.

$$\eta_c = \frac{c \cdot S_n \cdot \cos\varphi}{c \cdot S_n \cdot \cos\varphi + P_o + c^2 \cdot P_{cc}} \cdot 100 = \frac{0,5 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{0,5 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 130 + 0,5^2 \cdot 375} \cdot 100 = 94,7\%$$

- c) Calcular a la potencia que debe trabajar nuestro transformador, para que el rendimiento sea máximo. Como se ha definido debe cumplirse que:

$$c_{\eta \max} = \sqrt{\frac{P_o}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{130}{375}} = 0,59$$

Por tanto la potencia a la que debe trabajar nuestro transformador será:

$$S_2 = c \cdot S_n = 0,59 \cdot 10 \cdot 10^3 = 5900 \text{ kVA}$$

No se nos solicita pero, el rendimiento en este caso sería:

$$\eta_c = \frac{c \cdot S_n \cdot \cos\varphi}{c \cdot S_n \cdot \cos\varphi + P_o + c^2 \cdot P_{cc}} \cdot 100 = \frac{0,59 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{0,59 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 130 + 0,59^2 \cdot 375} \cdot 100 = 94,77\%$$

2.11 Funcionamiento en paralelo de transformadores monofásicos

En ocasiones, para alimentar un consumo es conveniente hacerlo por medio de dos transformadores acoplados en paralelo –figura 2.37-, en lugar de hacerlo a través de uno solo.

Esto puede ocurrir por causas diversas, o bien la potencia demandada es muy elevada y se requeriría una máquina demasiado grande o bien consideraciones de fiabilidad aconsejan repartir el consumo entre dos transformadores, de forma que si uno de ellos se encuentra fuera de servicio por avería o mantenimiento, el otro puede seguir alimentando aquella parte del consumo que se considere prioritaria o incluso la total, si se sobredimensionan dichos equipos.

Se considera que dos transformadores están en paralelo, cuando los primarios y secundarios de ambos transformadores están conectados entre sí. Estando alimentados a la misma tensión y alimentado también a la misma tensión al consumo.

Las condiciones que se han de cumplir para que el conjunto funcione correctamente son:

- a) Igualdad de tensiones nominales. Esta condición es obvia, supóngase que la red es de por ejemplo de 15 kV y el consumo de 400 V., tanto el transformador 1 como el 2, deben ser de tensión nominal primaria 15 kV, si no fuera así, y uno de ellos fuera de 10 kV, al estar alimentado a 15 kV probablemente se produciría un fallo de aislamiento o trabajaría muy saturado, si por el contrario fuera de 20 kV estaría sobredimensionado para ese uso.
- b) Igualdad de relaciones de transformaciones en vacío. Esta condición está relacionada con la condición anterior, no sólo debe cumplirse esta igualdad sino la anterior a la vez.

Si pusiéramos en paralelo dos transformadores con relaciones de transformación diferentes, aun manteniéndolos en vacío. Se establecerían corrientes ya que se fuerza a que la tensión secundaria sea igual en ambos transformadores a pesar de que sus respectivas tensiones de vacío son distintas. Circularán también corrientes por los primarios produciéndose pérdidas en el cobre aun estando en vacío.

- c) Igualdad de tensiones porcentuales de cortocircuito.

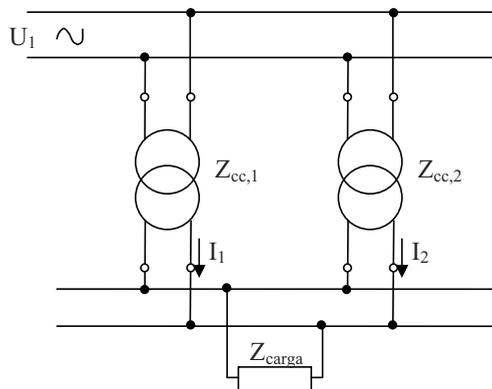


Figura 2.37. Dos transformadores trabajando en paralelo, alimentando a una carga.

$$I_1 \cdot Z_{cc,1} = I_2 \cdot Z_{cc,2} \quad (2.98)$$

$$\frac{I_1 \cdot Z_{cc,1} \cdot I_{1n}}{I_{1n} \cdot U_{1n}} \cdot 100 = \frac{I_2 \cdot Z_{cc,2} \cdot I_{2n}}{I_{2n} \cdot U_{1n}} \cdot 100 \quad (2.99)$$

$$c_1 \cdot \mathcal{E}_{cc,1} = c_2 \cdot \mathcal{E}_{cc,2} \quad (2.100)$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\mathcal{E}_{cc,1}}{\mathcal{E}_{cc,2}} \quad (2.101)$$

Ejercicio de aplicación 2.8

Partimos de un transformador monofásico que posee las siguientes características: 15 kVA, 1000/100 V, 50 Hz., pérdidas del hierro, $P_{Fe}=225 \text{ W}$ y $\varepsilon_{cc}=12\%$ y $\varepsilon_{Xcc}=10\%$.

Calcular:

a) Tensión en el secundario y rendimiento del transformador, cuando alimenta una carga que absorbe una corriente de 75 A, con un $\cos\varphi$ de 0,707i. Sabiendo que la tensión del primario es de 1000V, b) si la tensión del secundario es de 100 V y el transformador alimenta una carga de 7 kW con un $\cos\varphi$ de 0,8c, ¿cuál será la tensión primaria correspondiente para que la tensión secundaria no varíe?, y c) se acopla al transformador anterior otro de 25 kVA, misma relación de transformación, con una impedancia de cortocircuito de $3,2+j2,4 \ \Omega$, ambos transformadores alimentan a una carga a tensión constante de 100 V, que absorbe 25 kW con un $\cos\varphi$ de la unidad, ¿cuáles serán las potencias aparentes, activas y reactivas suministradas por cada uno de los transformadores?

Solución:

a) Tensión en el secundario de nuestro transformador. Vamos a calcularlo de dos formas distintas, en primer lugar trabajaremos con la expresión.

$$\varepsilon = c \cdot (\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen}\varphi)$$

Una vez que se conozca la caída de tensión porcentual podremos calcular la tensión que tenemos en el secundario. En primer lugar me falta la ε_{Rcc} .

$$\varepsilon_{Rcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Xcc}^2} = \sqrt{12^2 - 10^2} = 6,63\%$$

Para calcular el índice de carga, vamos a ver cuál es la intensidad nominal (I_{1n}) y cuál es la intensidad que se está consumiendo (I_1).

$$I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{15000}{1000} = 15 A$$

$$I_1 = I'_2 = \frac{I_2}{r_t} = \frac{75}{\frac{1000}{100}} = 7,5 A$$

Por tanto, el índice de carga será de 0,5 en nuestro caso, y estamos en disposición de calcular ε .

$$\varepsilon = 0,5 \cdot (6,63 \cdot \cos 45^\circ + 10 \cdot \text{sen } 45^\circ) = 5,88 \%$$

Y la tensión en el secundario será:

$$U_2 = U_{2n} - \frac{U_{2n} \cdot \varepsilon}{100} = 100 - \frac{100 \cdot 5,88}{100} = 94,12 V.$$

Otra forma sería trabajar directamente sobre el modelo equivalente simplificado de forma que:

$$U'_2 = U_{1n} - (R_{cc} \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi + X_{cc} \cdot I'_2 \cdot \text{sen } \varphi) = 1000 - (R_{cc} \cdot 7,5 \cdot \cos 45^\circ + X_{cc} \cdot 7,5 \cdot \text{sen } 45^\circ)$$

Para aplicar esta expresión se hace necesario inicialmente calcular la impedancia de cortocircuito, pero antes debemos saber la tensión de cortocircuito y el φ_{cc} .

$$\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 \Rightarrow U_{cc} = \frac{\varepsilon_{cc} \cdot U_{1n}}{100} = \frac{12 \cdot 1000}{100} = 120 V.$$

$$\text{sen } \varphi_{cc} = \frac{\varepsilon_{X_{cc}}}{\varepsilon_{cc}} = \frac{10}{12} = 0,83 \Rightarrow 100 \Rightarrow \varphi_{cc} = 56,44^\circ$$

$$Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{1n}} = \frac{120}{15} = 8 \Omega$$

Y sus componentes:

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 8 \cdot \cos 56,44^\circ = 4,42 \Omega$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \text{sen } \varphi_{cc} = 8 \cdot \text{sen } 56,44^\circ = 6,67 \Omega$$

Sustituyendo en la ecuación inicial, se tiene que:

$$U'_2 = 1000 - (4,42 \cdot 7,5 \cdot \cos 45^\circ + 6,67 \cdot 7,5 \cdot \text{sen } 45^\circ) = 941,18 V$$

Para saber la tensión del secundario hay que referirla al secundario.

$$U_2 = \frac{U'_2}{r_t} = \frac{941,18}{10} = 94,12 V$$

Para calcular el rendimiento real, utilizaría la siguiente fórmula, de la cual no he calculado de momento la P_{cc} , teniendo en cuenta la tensión que realmente tenemos.

$$\eta_c = \frac{c \cdot U_2 \cdot I_{2n} \cdot \cos \varphi}{c \cdot U_2 \cdot I_{2n} \cdot \cos \varphi + P_o + c^2 \cdot P_{cc}} \cdot 100 = \frac{0,594,12 \cdot 75 \cdot 0,7}{0,594,12 \cdot 75 \cdot 0,7 + 225 + 0,5^2 \cdot P_{cc}} \cdot 100$$

Las pérdidas de cortocircuito a plena carga serán:

$$P_{cc} = U_{cc} \cdot I_{1n} \cdot \cos \varphi_{cc} = 120 \cdot 15 \cdot \cos 56,44^\circ = 995,06 \text{ W}$$

b) Si se añade al secundario una carga de 7 kW, con $\cos \varphi$ de 0,8c, determinar la tensión del primario, para que la tensión del secundario sea 100 V. Realmente lo que hay que hacer es sumar la caída de tensión que pudiera haber en nuestro transformador a la tensión del primario, para que contrarreste la caída del transformador. Como estamos trabajando sobre el mismo transformador, la clave es determinar la nueva intensidad que va a requerir la carga de 7 kW, conociendo el nuevo $\cos \varphi$:

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \cos \varphi_2} = \frac{7000}{100 \cdot 0,8} = 87,5 \text{ A}$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{r_t} = \frac{87,5}{10} = 8,75 \text{ A}$$

$$U'_2 = U_{1n} + (R_{cc} \cdot I'_2 \cdot \cos \varphi + X_{cc} \cdot I'_2 \cdot \text{sen} \varphi) = 1000 + (4,42 \cdot 8,75 \cdot 0,8 + 6,67 \cdot 8,75 \cdot (-0,6))$$

$$U'_2 = 1004,08 \text{ V}$$

Otra forma sería:

$$\varepsilon = \frac{8,75}{15} \cdot (6,63 \cdot 0,8 + 10 \cdot (-0,6)) = -0,41\%$$

Y la tensión en el secundario será:

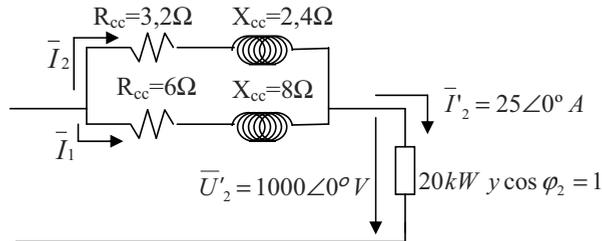
$$U_1 = U_{1n} - \frac{U_{1n} \cdot \varepsilon}{100} = 1000 - \frac{1000 \cdot (-0,41)}{100} = 1004,06 \text{ V}.$$

c) Potencia aparentes, activas y reactivas suministradas por cada uno de los dos transformadores. Como ya tenemos modelizados nuestros dos transformadores, $\vec{Z}_{cc,1} = (6 + j8)\Omega$ y $\vec{Z}_{cc,2} = (3,2 + j2,4)\Omega$, para dar respuesta a la pregunta, necesitamos saber que intensidad pasa por cada transformador, y para ello, lo primero es saber que intensidad demanda nuestra carga.

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi \Rightarrow I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \cos\varphi} = \frac{25 \cdot 10^3}{100 \cdot 1} = 250 \text{ A.}$$

$$U'_2 = U_2 \cdot r_t = 100 \cdot \frac{1000}{100} = 1000 \text{ V.}$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{r_t} = \frac{250}{10} = 25 \text{ A.}$$



En este esquema podemos definir las dos siguientes ecuaciones:

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 = 25 \angle 0^\circ \Rightarrow \vec{I}_1 = 25 \angle 0^\circ - \vec{I}_2$$

$$(6 + j8) \cdot \vec{I}_1 = (3,2 + j2,4) \cdot \vec{I}_2$$

Resolviéndolas:

$$(6 + j8) \cdot (25 \angle 0^\circ - \vec{I}_2) = (3,2 + j2,4) \cdot \vec{I}_2$$

$$150 + j200 - 6 \cdot \vec{I}_2 - j8 \cdot \vec{I}_2 = (3,2 + j2,4) \cdot \vec{I}_2$$

$$150 + j200 = (9,2 + j10,4) \cdot \vec{I}_2 \Rightarrow \vec{I}_2 = \frac{150 + j200}{9,2 + j10,4} = 14,45 + j1,45 = 14,52 \angle 5,73^\circ \text{ A}$$

$$\vec{I}_1 = 25 \angle 0^\circ - (14,45 + j1,45) = (10,55 - j1,45) = 10,65 \angle -7,83^\circ \text{ A}$$

Sabiendo la tensión, la corriente que pasa por cada uno de los transformadores y el desfase que hay entre ambas magnitudes, ya se está en disposición de calcular las potencias:

$$S_1 = U'_2 \cdot I_1 = 1000 \cdot 10,65 = 10650 \text{ VA}$$

$$P_1 = S_1 \cdot \cos\varphi_1 = 10650 \cdot \cos(7,83^\circ) = 10550,71 \text{ W}$$

$$Q_1 = S_1 \cdot \text{sen}\varphi_1 = 10650 \cdot \text{sen}(7,83^\circ) = 1450,89 \text{ VAR}$$

$$S_2 = U'_2 \cdot I_2 = 1000 \cdot 14,52 = 14520 \text{ VA}$$

$$P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 14520 \cdot \cos(-5,73^\circ) = 14447,45 \text{ W}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \text{sen} \varphi_2 = 14520 \cdot \text{sen}(-5,73^\circ) = -1449,7 \text{ VAR}$$

Se puede comprobar que la suma de las reactivas aportadas por ambos transformadores es nula, algo por otro lado muy lógico, ya que la carga tenía carácter resistivo.

2.12 Transformadores especiales

2.12.1 Autotransformador

Es un transformador que tienen unidos el primario y el secundario formando un solo devanado, y que realmente sólo tiene justificado su empleo en determinados casos en que hay que realizar la transformación de una tensión a otra tensión de la que difiera poco (como máximo se establece diferencias entre primario y secundario del 25%).

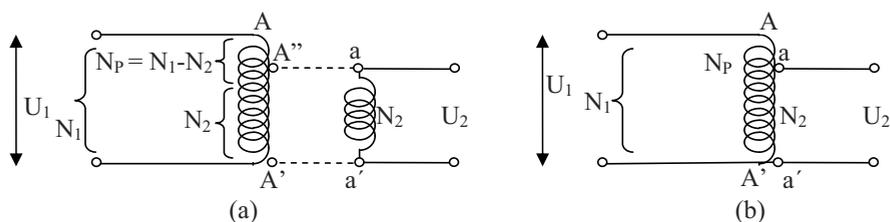


Figura 2.38. El autotransformador a partir del transformador.

Para entender mejor lo que es un autotransformador, tenemos la figura 2.38, donde visualizamos un autotransformador reductor, donde las espiras del primario y el secundario son respectivamente de 600 y 500 espiras., en dicho esquema se puede observar que si la potencia que se demanda del conjunto es de 600 kVA, y la tensión es de 2400 en el primario, se inducirá una tensión de 2000 V en el secundario, y con respecto a las intensidades la intensidad del primario serán 250 A y la del secundario 300 A.

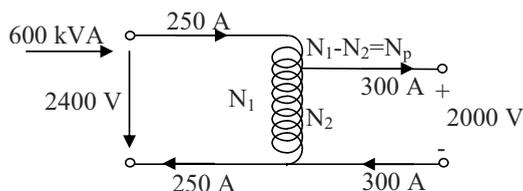


Figura 2.39. Ejemplo práctico de un autotransformador: magnitudes principales del mismo

En la figura 2.39, se tiene un devanado común –o parte de dicho devanado común- al primario y al secundario. Por tanto el autotransformador transfiere energía por acoplamiento magnético y por conducción (divisor de tensiones). Y respecto a las relaciones de transformación, se mantienen las utilizadas en el transformador ideal.

$$m = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (2.102)$$

Lo mismo que se construyen autotransformadores monofásicos, se construyen trifásicos. En la figura 2.40 se representa un autotransformador trifásico en conexión estrella-estrella.

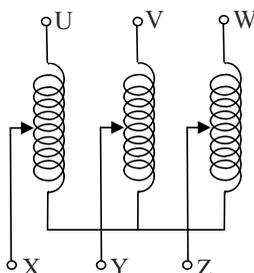


Figura 2.40. Autotransformador trifásico

2.12.1.1 Ventajas del autotransformador

- Es necesaria una menor sección del conductor en la mayor parte del devanado, que se corresponde con la parte del devanado que es común al primario y al secundario. De forma que con los números que se han tomado como ejemplo antes, la intensidad que pasaría por el devanado en común, sería del orden de 50 amperios –recuerdo, menor intensidad, menor sección-.

- Se elimina formalmente uno de los bobinados –el secundario-, esto provoca dos efectos claros, que:

- a) Se reduzca el tamaño del circuito magnético, disminuyendo su longitud, y por tanto, el coste. Además unido a estas consideraciones, también se disminuyen las pérdidas en el hierro y en el cobre, en definitiva el rendimiento será mayor.
- b) Al haber un solo devanado existe menor flujo de dispersión, el cual se modeliza con la X_{cc} , y como consecuencia se tendrá una menor caída de tensión en nuestro transformador (ya que $\epsilon_{cc} \downarrow$).

- Menores corrientes de vacío (I_0).

2.12.1.2 Inconvenientes del autotransformador

- Teniendo en cuenta las ventajas e inconvenientes asociados a un valor alto o bajo de ε_{cc} , como ya se vió en la caída de tensión en el transformador, donde se observó que el tener una de tensión porcentual baja era una ventaja. Desde el punto de las corrientes de cortocircuito que podemos tener era un inconveniente, ya que apenas la limitaba.

- No hay aislamiento eléctrico entre el primario y el secundario.

Para valorar como afecta este hecho se define el siguiente ejemplo, partimos de un autotransformador con una relación de transformación muy elevada –como se ha comentado esta situación no es típica de los autotransformadores-. Se parte de una disposición como la definida en la figura 2.41.

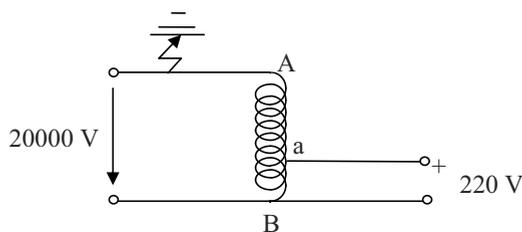


Figura 2.41. Problemas que pueden aparecer en un autotransformador, como consecuencia de un problema de aislamiento en la parte de alta.

Suponemos un problema de aislamiento en nuestro transformador, que posibilita que el borne A se ponga de forma accidental a tierra –figura 2.41-. Este accidente en el punto donde se visualiza el problema da lugar a que las fases de baja tensión, conectadas a a y a B respectivamente, estén con relación a la nueva tierra definida –nuevo punto de referencia-, respectivamente a 20 y 19780 kV. Lo que realmente ha ocurrido es que hemos cambiado el punto de referencia del circuito.

Este inconveniente puede ser evitado con la inclusión de una puesta a tierra rígida en a (-b) –figura 2.42-.

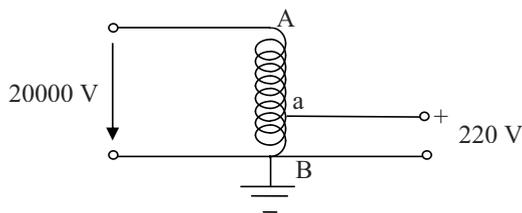


Figura 2.42. Disposición para asegurar problemas por problemas de aislamiento en la parte de alta.

Este posible efecto es también minimizado por el hecho de que las tensiones del primario y del secundario son muy parecidas. En este sentido indicar que la Norma Española limita el uso de los autotransformadores a redes de distribución, cuya relación sea tal que $U_2 \geq 0,75 \cdot U_1$ (en el caso de que hablemos de un autotransformador reductor).

- Si la relación de transformación de nuestro autotransformador fuese muy elevada, las ventajas del autotransformador se reducirían.

- Y como último inconveniente, indicar que existe una gran dificultad para que dos autotransformadores trabajen en paralelo.

2.12.1.3 Símbolos del autotransformador

Es frecuente tener un autotransformador de relación variable, donde el terminal B se mueva mediante un cursor, lo que permite obtener diversas tensiones de salida a partir de una tensión primaria constante.

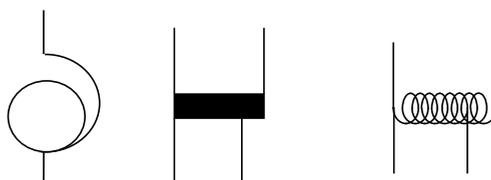


Figura 2.43. Símbolos del autotransformador.

Ejercicio de aplicación 2.9

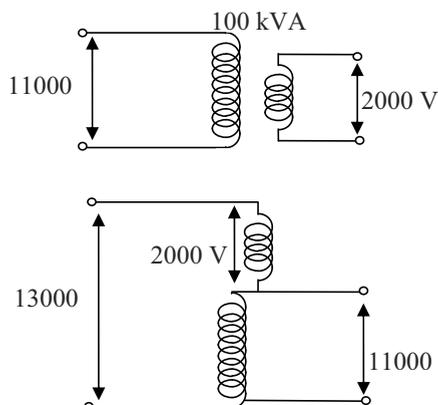
Considere un transformador cuya capacidad normal de dos devanados es de 100 kVA y su relación de 11000/2000 V. Si sus devanados se conectan de tal manera que opera como autotransformador.

Calcula:

a) La capacidad para estas condiciones, el secundario está a 11000 V.

Solución:

a) Calcular la capacidad del transformador para estas condiciones, es decir, la potencia.



Para el transformador, las intensidades del primario y secundario serían:

$$I_2 = \frac{S_n}{U_2} = \frac{100000}{2000} = 50 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{S_n}{U_1} = \frac{100000}{11000} = 9,09 \text{ A}$$

La corriente en el secundario del autotransformador, será la suma de las anteriores, es decir:

$$I_{2a} = 50 + 9,09 = 59,09 \text{ A}$$

La potencia que aportaría nuestro autotransformador sería:

$$P_a = U_2 \cdot I_2 = 11000 \cdot 59,09 = 649,99 \text{ kVA}$$

2.12.2 Autotransformadores de regulación

Estos dispositivos son como los que hemos empleado para realizar los ensayos de cortocircuito de los transformadores.

Los autotransformadores son ideales para obtener una tensión variable mediante un sistema que sea capaz de ir poniendo su conexión en diferentes puntos de las espiras del bobinado principal. Se construyen con contactos deslizantes o con contacto fijo seleccionados mediante un conmutador múltiple rotativo.

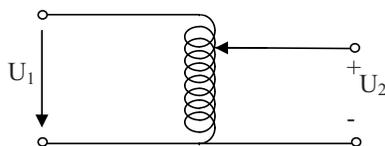


Figura 2.44. Representación de un autotransformador de regulación.

2.12.3 Transformadores de medida

Se utilizan para alimentar con tensiones y corrientes adecuadas a los aparatos de medida y dispositivos de protección. Existen dos tipos básicos: transformadores de tensión y transformadores de intensidad.

2.12.3.1 Transformadores de tensión

Se utilizan para reducir la tensión que va a ser aplicada a los voltímetros o bobina voltimétricas en instalaciones de alta tensión (figura 2.45). De esta forma, conseguimos separar los instrumentos de medida de los peligros de la alta tensión. Por lo general, la tensión de salida viene a ser de unos 100 V (115V, para los contadores por ejemplo). Al interpretar la lectura del aparato de medida, no habrá que olvidar multiplicar el resultado por la relación de transformación, a no ser que la escala propia del aparato de medida esté ya preparada para dar una lectura directa, como suele ser habitual por otro lado.

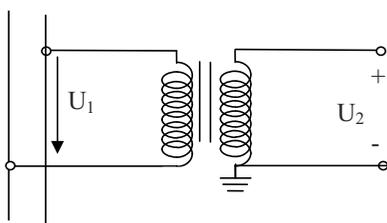


Figura 2.45. Transformador de medida de tensión.

2.12.3.2 Transformadores de intensidad

Se utilizan para no tener que hacer pasar grandes corrientes por los circuitos amperimétricos de medida. Esto facilita la instalación de los mismos con conductores de poca sección y, en el caso de redes de alta tensión, se consigue aislar dicha tensión de los aparatos de medida.

En estos dispositivos se conecta el primario en serie con el circuito a medir (figura 2.46). El amperímetro se conectaría en el secundario, que en realidad está cortocircuitando nuestro transformador. La corriente a medir, que circula por el primario, produce un flujo magnético por el núcleo común de ambos bobinados que hace aparezca una corriente por el secundario en cortocircuito, que será inversamente proporcional al número de espiras. Por lo general, la corriente de salida viene a ser de 1 a 5 A –habitualmente 5 amperios–.

Al igual que los transformadores de tensión, conviene conectar a tierra uno de los terminales de salida. Además, hay que procurar no dejar trabajar este transformador con el secundario abierto, ya que al no ser compensado el fuerte flujo magnético creado por la

gran corriente primaria, se induce en el secundario una tensión que puede ser muy elevada. Esto puede ser peligroso para las personas que manipulan los equipos, de medida y puede originar una perforación de los aislamientos del transformador. El fuerte nivel de inducción provoca, a su vez, calentamientos excesivos en el núcleo magnético.

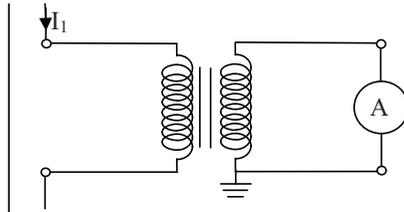


Figura 2.46. Transformador de medida de corriente.

Ejercicio de aplicación 2.10

El rendimiento máximo de un transformador monofásico de 500 kVA; 3000/500 V, 50 Hz, es del 97% y ocurre para los tres cuartos de la plena carga con f.d.p. unidad. Se observa en un ensayo de cortocircuito que son necesarios 330 V, aplicados al primario para que circule en ese estado la corriente nominal por el transformador. Calcular:

a) La caída de tensión a plena carga con f.d.p. 0,8 inductivo, y b) Calcular qué tensión tenemos en el secundario, si conectamos a nuestro transformador dos motores que consumen: Motor 1: 100 kW, $\cos\phi_1=0,8$ y Motor 2: 200 kVA, $\cos\phi_2=0,85$

Solución:

a) Calcular la caída de tensión a plena carga con f.d.p. 0,8 inductivo. Para ello partimos de la expresión de la caída de tensión porcentual en un transformador.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{Rcc} \cdot \cos\phi + \mathcal{E}_{Xcc} \cdot \text{sen}\phi$$

Conocemos la U_{cc} , y necesitamos conocer $\cos\phi_{cc}$ para calcular \mathcal{E}_{Rcc} y \mathcal{E}_{Xcc} , para nos valdremos de la expresión del rendimiento del transformador:

$$\eta = \frac{U_2 \cdot c \cdot I_{2n} \cdot \cos\phi_2}{U_2 \cdot c \cdot I_{2n} \cdot \cos\phi_2 + P_0 + c^2 \cdot P_{cc}}$$

En teoría ya vimos que el valor del índice de carga para conseguir un η_{max} es \rightarrow

$c^2 = \frac{P_0}{P_{cc}}$, sustituyendo dicha expresión en la ecuación del rendimiento obtenemos:

$$\eta = \frac{U_2 \cdot c \cdot I_{2n} \cdot \cos\phi_2}{U_2 \cdot c \cdot I_{2n} \cdot \cos\phi_2 + 2P_0}$$

Todos los términos de esta expresión son conocidos excepto P_0 , sustituyendo valores tenemos:

$$0,97 = \frac{500000 \cdot \frac{3}{4}}{500000 \cdot \frac{3}{4} + 2P_0}, \text{ despejando, } P_0 = 5798,97 \text{ W} \cong 5799 \text{ W}$$

Ahora despejamos P_{cc} de la expresión del índice de carga:

$$P_{cc} = \frac{P_0}{c^2} = \frac{5799}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = 10309,33 \text{ W}$$

Nota: Si es vez de poner la expresión del rendimiento en función de las pérdidas de vacío, se hubiera puesto en función de las pérdidas de cortocircuito, nos habríamos ahorrado un paso.

Con la expresión de las pérdidas de cortocircuito, podemos despejar $\cos \varphi_{cc}$:

$$P_{cc} = U_{cc} \cdot I_{1n} \cdot \cos \varphi_{cc}; \quad I_{1n} = \frac{S}{U_1} = \frac{500000}{3000} = 166,67 \text{ A}$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{1n}} = \frac{10309,33}{330 \cdot 166,67} = 0,187 \rightarrow \varphi_{cc} = 79,2^\circ; \quad \varphi_{carga} = 36,87^\circ$$

Ahora ya estamos en disposición de calcular ε_{Rcc} y ε_{Xcc} .

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} 100 \rightarrow U_{Rcc} = U_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 61,84 \text{ V} \rightarrow \varepsilon_{Rcc} = \frac{61,84}{3000} 100 = 2,06\%$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} 100 \rightarrow U_{Xcc} = U_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = 324,15 \text{ V} \rightarrow \varepsilon_{Xcc} = \frac{324,15}{3000} 100 = 10,8\%$$

Una vez definidos todos los parámetros para definir la caída de tensión en el transformador, obtenemos que:

$$\varepsilon = \varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \sin \varphi = 2,06 \cdot 0,8 + 10,8 \cdot 0,6 = 8,128\%$$

- b) Calcular qué tensión tenemos en el secundario, si conectamos a nuestro transformador dos motores que consumen: Motor 1: 100 kW, $\cos \varphi_1 = 0,8$ y Motor 2: 200 kVA, $\cos \varphi_2 = 0,85$.

La expresión que debemos de utilizar al final, será la siguiente:

$$\varepsilon = \frac{E_2 - V_2}{E_2} \cdot 100 \rightarrow V_2 = E_2 - \frac{E_2 \cdot \varepsilon}{100}$$

Tenemos que calcular la potencia activa y reactiva que nuestras cargas demandan del transformador, para ello primero calculamos las potencias activa y reactiva de cada motor:

Motor 1:

$$P_1 = 100 \text{ kW}$$

$$Q_1 = P_1 \cdot \operatorname{tg}\phi_1 = 100 \cdot \operatorname{tg}(\operatorname{arcos} 0,8) = 75 \text{ kVAr}$$

Motor 2:

$$P_2 = S_2 \cdot \cos\phi_2 = 200 \cdot 0,85 = 170 \text{ kW}$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \operatorname{sen}\phi_2 = 105,36 \text{ kVAr}$$

Ya estamos en disposición de obtener las potencias activa y reactiva totales y el f.d.p. resultante de las cargas (2 motores):

$$P_T = P_1 + P_2 = 100 + 170 = 270 \text{ kW}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = 75 + 105,36 = 180,36 \text{ kVAr}$$

$$\operatorname{tg}\phi_T = \frac{Q_T}{P_T} = \frac{180,36}{270} = 0,668 \rightarrow \cos\phi_T = 0,83$$

Los valores obtenidos ε_{Rcc} y ε_{Xcc} en el apartado a) nos son válidos porque estamos con el mismo transformador, y sólo nos faltaría calcular el nuevo índice de carga “c”, como relación entre la potencia aparente que están consumiendo nuestros motores S_T y la potencia nominal del transformador, 500 kVA:

$$\varepsilon = c \cdot (\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\phi_T + \varepsilon_{Xcc} \cdot \operatorname{sen}\phi_T) =$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{270^2 + 180,36^2}}{500} \cdot (2,06 \cdot 0,83 + 10,8 \cdot 0,555) = 5\%$$

Con el valor obtenido de la caída de tensión, sustituimos en la expresión de la caída de tensión en el secundario y obtenemos la tensión a la salida:

$$V_2 = E_2 - \frac{E_2 \cdot \varepsilon}{100} = 500 - \frac{500 \cdot 5}{100} = 474,998 \cong 475V$$

Ejercicio de aplicación 2.11

Un transformador monofásico de 10 kVA, relación 1000/100V tiene los siguientes parámetros de tensiones relativas de cortocircuito: $\varepsilon_{Rcc}=6\%$; $\varepsilon_{Xcc}=8\%$. En el secundario del transformador se conecta una impedancia de $2 \angle^{30^\circ} \Omega$.

a) Si la tensión secundaria se considera igual a 100 V. ¿Cuál será el valor de la tensión primaria necesaria para que la tensión secundaria se mantenga constante al alimentar la carga mencionada?, y b) Si la tensión primaria se mantiene constante e igual a 1000 V ¿Cuál será la tensión que se obtendrá en el secundario al alimentar la carga?

En el siguiente ejercicio se seguirán dos métodos para su resolución.

Solución 1:

a) Sabiendo la tensión del secundario y la impedancia, se puede calcular la intensidad que se genera en el secundario:

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{2 \angle 30^\circ} = 50 \angle -30^\circ A.$$

Para el transformador, las intensidades nominales del primario y del secundario son:

$$S_N = U_{1N} \cdot I_{1N} \Rightarrow I_{1N} = 10 A$$

$$S_N = U_{2N} \cdot I_{2N} \Rightarrow I_{2N} = 100 A$$

Una vez calculado uno de ellos, el otro podría haber sido calculado utilizando la relación de transformación.

Conocida la intensidad que pasa por el secundario realmente y la intensidad nominal se puede obtener el índice de carga “c”, del transformador:

$$c = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{50}{100} = 0,5$$

Lo que se pide es cuál será la tensión del primario U_1 , para tener la tensión de 100 V. en el secundario:

$$U_1 = E_1 - \frac{E_1 \cdot c}{100}$$

La tensión en el primario debe ser mayor para poder compensar la caída que se va a generar en nuestro transformador, y con ello tener la tensión que se nos pide, que son 100 voltios a la salida. Para conocer la caída que hay en nuestro transformador debemos calcular ε . Conocemos el ángulo de desfase de la carga, $\varphi=30^\circ$

$$\varepsilon=c \cdot (\varepsilon_{R_{cc}} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{X_{cc}} \cdot \operatorname{sen} \varphi) = 4,6\%$$

Estamos en disposición de calcular la tensión del primario U_1 :

$$U_1 = 1000 + \frac{1000 \cdot 4,6}{100} = 1046 \text{ V}$$

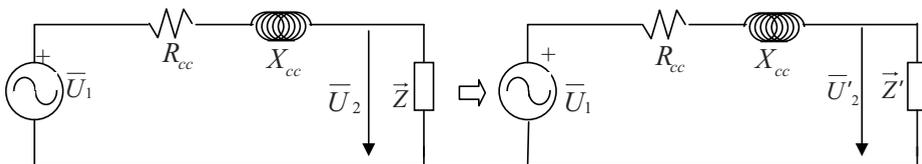
b) Se parte de que la tensión en el primario son 1000 V, y se nos pide la tensión en el secundario, en este caso deberemos aplicar la caída de tensión, restando.

$$U_2 = E_2 - \frac{E_2 \cdot \varepsilon}{100} = 100 - \frac{100 \cdot 4,6}{100} = 95,4 \text{ V}$$

Nota: Se considera la misma caída de tensión porcentual $-\varepsilon$ en ambas situaciones, porque se desprecia el efecto de la variación de la tensión.

Solución 2:

a) Se va a definir el circuito equivalente referido al primario. Nuestro circuito será como el que viene definido en la figura de la izquierda, una vez calculado este tendremos como hemos dicho antes, que referir todo al primario –se podía haber referido este al secundario, es indiferente-.



El valor de la impedancia de la carga es conocido ($\bar{Z} = 2 \angle 30^\circ \Omega$), faltaría por calcular los valores de la reactancia y resistencia de cortocircuito. Para ello calcularemos el valor de Z_{cc} .

$$Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{1n}}$$

Faltan tanto la intensidad nominal del primario, como la tensión de cortocircuito para poder calcular la impedancia de cortocircuito, para ello, en primer lugar se va a calcular la intensidad nominal del primario.

$$I_{1n} = \frac{S}{U_{1n}} = \frac{10000}{1000} = 10A$$

Para calcular la U_{cc} , se seguirán los siguientes pasos, sabiendo que:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100$$

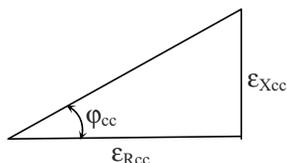
$$\varepsilon_{cc} = \sqrt{\varepsilon_{Rcc}^2 + \varepsilon_{Xcc}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10\%$$

$$\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 \Rightarrow U_{cc} = \frac{\varepsilon_{cc} \cdot U_{1n}}{100} = \frac{10 \cdot 1000}{100} = 100 \text{ V}$$

Por tanto, se está en disposición de calcular la Z_{cc} .

$$Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{1n}} = \frac{100}{10} = 10 \Omega$$

Para poder calcular sus componentes R_{cc} y X_{cc} , debemos calcular el φ_{cc} :



Con los datos que se tienen, se está en disposición de obtener el ángulo de cortocircuito (φ_{cc}).

$$tg \varphi_{cc} = \frac{\varepsilon_{Xcc}}{\varepsilon_{Rcc}} = \frac{8}{6} = 1,33 \Rightarrow \varphi_{cc} = 53,13^\circ$$

Como:

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} \text{ y } X_{cc} = Z_{cc} \cdot \sen \varphi_{cc}$$

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 10 \cdot \cos 53,13^\circ = 6\Omega$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \sen \varphi_{cc} = 10 \cdot \sen 53,13^\circ = 8\Omega$$

A continuación se referirán nuestros valores –impedancia de la carga y tensión del secundario-, del secundario al primario.

Para ello se parte de que la tensión del secundario es conocida, y es igual a 100 voltios –dato del problema-, se tendrá por tanto que:

$$\vec{U}'_2 = r'_i \cdot \vec{U}_2 = \frac{1000}{100} \cdot 100 \angle 0^\circ = 1000 \angle 0^\circ V$$

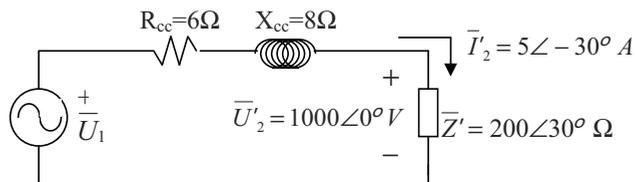
Tomando la tensión como origen de fases.

$$\vec{Z}'_2 = \vec{Z}_2 \cdot r_i^2 = 2 \angle 30^\circ \cdot \left(\frac{1000}{100} \right)^2 = (1,732 + 1j) \cdot 100 = 173,2 + 100j = 200 \angle 30^\circ \quad \Omega$$

Como se conoce la carga y la caída que se produce en la carga, se puede calcular la intensidad que pasa por dicha carga. Como finalmente se van a trabajar con los valores referidos al primario, la intensidad que se obtendrá será la intensidad secundario referido al primario $I'_2 = I_I$.

$$\vec{I}_1 = \vec{I}'_2 = \frac{\vec{U}'_2}{\vec{Z}'_2} = \frac{1000 \angle 0^\circ}{200 \angle 30^\circ} = 5 \angle -30^\circ A$$

En definitiva el circuito que se está resolviendo es el que se encuentra a continuación:



Aplicando la segunda ley de Kirchhoff

$$\vec{U}_1 - \vec{U}'_2 = \vec{I}_1 \cdot (R_{cc} + j \cdot X_{cc})$$

$$\vec{U}_1 - \vec{U}'_2 = \vec{I}_1 \cdot (R_{cc} + jX_{cc}) = 5 \angle -30^\circ \cdot (6 + 8j) = 5 \angle -30^\circ \cdot 10 \angle 53,13^\circ = 50 \angle 23,13^\circ V$$

$$\vec{U}_1 = (46 + j19,64) + 1000 = 1046 + 19,64j = 1046,184 \angle 1,075^\circ V$$

b) Se parte del mismo circuito, pero en este apartado el dato de partida es la U_I :

$$\vec{U}_1 - \vec{U}'_2 = \vec{I}_1 \cdot (R_{cc} + j \cdot X_{cc})$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_1}{R_{cc} + jX_{cc} + \bar{Z}'_2} = \frac{1000\angle 0^\circ}{6 + j8 + 173,2 + j100} = \frac{1000\angle 0^\circ}{179,2 + j108} = \frac{1000\angle 0^\circ}{209,228\angle 31,07^\circ} \text{ A}$$

$$\bar{I}_1 = 4,779\angle -31,07^\circ \text{ A}$$

Sustituyendo en la expresión de la caída de tensión, se tiene:

$$\bar{U}_1 - \bar{U}'_2 = \bar{I}_1 \cdot (R_{cc} + jX_{cc}) = 4,779\angle -31,07^\circ \cdot (6 + j8) = 4,779\angle -31,07^\circ \cdot (10\angle 53,13^\circ) =$$

$$\bar{U}_1 - \bar{U}'_2 = 47,79\angle 22,06^\circ \text{ V}$$

Como se conoce el valor de la tensión del primario, se puede definir el valor de la tensión que se tendría en el secundario –referido al primario-:

$$\bar{U}'_2 = 1000\angle 0^\circ - 47,79\angle 22,06^\circ = 1000 - (44,291 + j17,948) = (955,709 - j17,948)\text{V}$$

$$\bar{U}'_2 = 955,877\angle -1,075^\circ \text{ V}$$

Por tanto, se debe referenciar esta tensión al secundario, para saber que tensión se tiene realmente en el secundario:

$$\bar{U}_2 = r_i \cdot \bar{U}'_2 \Rightarrow \bar{U}_2 = \frac{\bar{U}'_2}{r_i} = \frac{955,877\angle -1,075^\circ}{10} = 95,58\angle -1,075^\circ \text{ V}$$

Nota: Para realizar este segundo apartado se podría haber referenciado todos los valores del primario al secundario, y ya, se habría obtenido directamente el valor que al final hemos obtenido, siguiendo los mismos pasos.

Ejercicio de aplicación 2.12

Sea un transformador monofásico cuyas características e impedancias de cortocircuito por fase reducidas al primario son:

Trafo A: 100 kVA; 1000/230V, $\bar{Z}_{cc} = 0,8 + j0,6\Omega$

Este transformador alimenta una carga de 50 kW y $\cos \varphi = 0,75i$

a) Calcular el condensador que debería conectarse en paralelo a nuestra carga –por ejemplo, un motor-, para que la caída de tensión en nuestro trafo sea del 3%, b) Si en el ensayo de vacío, los valores de nuestros equipos de medida fueron: 1000 V- 230 V- 0,7 A y 70 W ¿Cuánto valdría la R_{FE} y X_μ ?, y c) Dibuja con sus valores el modelo del transformador real. Para definir los valores de la resistencias de primario y secundario, partir de la premisa: $R_1=R_2'=R_{cc}/2$, seguir la consideración equivalente para la reactivas del primario y secundario.

Solución:

- a) Calcular el condensador necesario para la caída de tensión en nuestro transformador sea de un 3%.

Para deducir dicho valor se parte de la expresión que nos define la caída de tensión en nuestro transformador.

$$\varepsilon = c \cdot (\varepsilon_{RCC} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{XCC} \cdot \text{sen} \varphi)$$

Resulta interesante llamar la atención respecto a la variación que sufriría el índice de carga “c”, el cual nos relaciona, lo que se está consumiendo en ese momento, con respecto a la potencia nominal del transformador. En nuestro caso, la potencia que se estará consumiendo finalmente no se conoce, ya que esta, depende del factor de potencia de lo que haya aguas abajo de nuestro transformador, y el factor de potencia se va a ver afectado por el condensador que haya colocado –precisamente es lo que se pide que calculemos-.

$$c = \frac{S_{consume}}{S_{nT}} = \frac{P_{carga} / \cos \varphi}{S_{nT}}$$

Sustituyendo en la ecuación de la caída de tensión del transformador, se tendría:

$$\varepsilon = \frac{P_{carga}}{\cos \varphi \cdot S_{nT}} \cdot (\varepsilon_{RCC} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{XCC} \cdot \text{sen} \varphi)$$

$$\varepsilon = \frac{P_{carga}}{S_{nT}} \cdot (\varepsilon_{RCC} + \varepsilon_{XCC} \cdot \text{tg} \varphi)$$

De esta expresión, ya se conoce el valor máximo de caída de tensión porcentual que se desea (3%), la potencia de la carga (50 kW) y la potencia nominal del transformador. Sólo nos quedan por conocer, los valores de las caídas porcentuales en nuestra resistencia y reactancia de cortocircuito.

Para ello, en primer lugar se calculará la intensidad nominal del circuito:

$$I_{1n} = \frac{S_{nT}}{U_{1n}} = \frac{100 \cdot 10^3}{1000} = 100A$$

Ya se está en disposición de calcular las caídas porcentuales, ε_{Rcc} y ε_{Xcc} .

$$\varepsilon_{RCC} = \frac{I_{1n} \cdot R_{CC}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{100 \cdot 0,8}{1000} \cdot 100 = 8\%$$

$$\varepsilon_{XCC} = \frac{I_{1n} \cdot X_{CC}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{100 \cdot 0,6}{1000} \cdot 100 = 6\%$$

Sustituyendo los valores calculados, en la expresión de la caída de tensión inicial, ya se está en disposición de obtener el valor del ángulo que se debe tener para obtener la caída que se solicita en el problema:

$$3 = \frac{50 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3} (8 + 6 \cdot \operatorname{tg} \varphi) \rightarrow \operatorname{tg} \varphi_{\text{final}} = -0,33$$

Conociendo el ángulo inicial y el final –deseado para obtener la caída de tensión definida- y la potencia activa, se está en disposición de calcular la reactiva que se necesita:

$$Q = P (\operatorname{tg} \varphi_{\text{inicial}} - \operatorname{tg} \varphi_{\text{final}}) = 50 \cdot 10^3 \cdot (0,881917 - (-0,333)) = 60762,56 \text{ VAr}$$

$$Q = \frac{U^2}{X_c} \Rightarrow C = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2} = \frac{60762,56}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 230^2} = 3,656 \text{ mF}$$

Otra forma de resolverlo más exacta –pero no necesaria- consistiría primero en hallar la tensión que se tiene realmente a la salida –recordar que la caída de tensión era del 3%–:

$$\varepsilon(\%) = \frac{U_{2n} - U_2}{U_{2n}} \cdot 100$$

$$0,03 = \frac{230 - U_2}{230} \rightarrow U_2 = 230 - 0,03 \cdot 230 = 223 \text{ V}$$

Por lo que el valor del condensador a colocar, para este caso sería:

$$C = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U^2} = \frac{60762,56}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 223^2} = 3,8893 \text{ mF}$$

b) Calcular los valores de la R_{Fe} y X_{μ} , partiendo de los valores dados en el enunciado.

A partir de los datos del ensayo de vacío de la potencia activa, tensión e intensidad, podemos obtener el factor de potencia cuando trabaja en vacío.

$$P_o = U_1 \cdot I_o \cdot \cos \varphi_o \rightarrow \cos \varphi_o = \frac{P_o}{U_1 \cdot I_o} = \frac{70}{1000 \cdot 0,7} = 0,1$$

Sabiendo la intensidad de vacío y el ángulo desfase, se está en disposición de calcular las componentes de la intensidad.

$$I_{Fe} = I_o \cdot \cos \varphi_o = 0,7 \cdot 0,1 = 0,07 \text{ A}$$

$$I_{\mu} = I_o \cdot \operatorname{sen} \varphi_o = 0,7 \cdot 0,9949 = 0,6964 \text{ A}$$

Y se tiene por tanto que:

$$R_{Fe} = \frac{E_1}{I_{Fe}} = \frac{1000}{0,07} = 14285,75\Omega$$

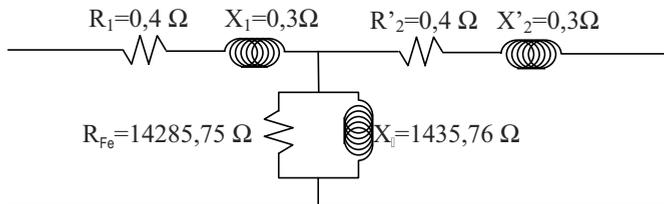
$$X_{\mu} = \frac{E_1}{I_{\mu}} = \frac{1000}{0,696} = 1435,76\Omega$$

- c) Definir los valores del transformador real. Tras calcular en el apartado anterior la R_{Fe} y X_{μ} , se deberían calcular a continuación los parámetros de las resistencias del primario y secundario y de las reactancia de dispersión del primario y secundario –siguiendo las premisas dadas en el enunciado–:

$$R_1 = R'_2 = \frac{R_{cc}}{2} = \frac{0,8}{2} = 0,4\Omega$$

$$X_1 = X'_2 = \frac{X_{cc}}{2} = \frac{0,6}{2} = 0,3\Omega$$

El modelo del transformador real es:



Ejercicio de aplicación 2.13

Se poseen tres transformadores monofásicos de 30, 40 y 50 kVA.

Las relaciones de todos los transformadores son iguales a 15.000/400 V. Se efectuó un ensayo de cortocircuito con intensidad nominal, dando como resultado las tensiones de cortocircuito 600, 500 y 700 V, respectivamente. Se desea acoplar en paralelo dichos transformadores para transformar una potencia de 90 kVA. Calcula:

a) Intensidades nominales primarias y secundarias de cada transformador, b) Valores de \mathcal{E}_{cc} de cada transformador, c) Potencia total que suministra cada transformador. Indíquese si alguno de ellos está sobrecargado, y d) Potencia máxima del conjunto sin que ninguno de ellos trabaje sobrecargado.

Nota: Se dará por válido cualquiera de los dos siguientes consideraciones, para la resolución del problema, si es que lo estiman necesario.

a) Tomar como $\cos\phi_{cc} = 0,407$, o, b) Considerar que la $Z_{cc} \approx X_{cc}$, despreciando el valor de R_{cc} del transformador.

Solución:

- a) Intensidades nominales primarias y secundarias de cada transformador. Como conocemos las tensiones del primario y del secundario (15000/400 V), así como la potencia de cada transformador, estamos en disposición de calcular las intensidades nominales.

$$S_{nT1} = 30kVA \Rightarrow I_{1n}^1 = \frac{3010^3}{1510^3} = 2A \quad I_{2n}^1 = \frac{3010^3}{400} = 75A$$

$$S_{nT2} = 40kVA \Rightarrow I_{1n}^2 = \frac{4010^3}{1510^3} = 2,67A \quad I_{2n}^2 = \frac{4010^3}{400} = 100A$$

$$S_{nT3} = 50kVA \Rightarrow I_{1n}^3 = \frac{5010^3}{1510^3} = 3,33A \quad I_{2n}^3 = \frac{5010^3}{400} = 125A$$

- b) Calcular los valores de las tensiones de cortocircuito porcentuales de cada transformador. A partir del conocimiento de la tensión de cortocircuito y de la tensión del primario, su obtención es directa.

$$\varepsilon_{cc1} = \frac{U_{cc,1}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{600}{1510^3} \cdot 100 = 4\%$$

$$\varepsilon_{cc2} = \frac{U_{cc,2}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{500}{1510^3} \cdot 100 = 3,33\%$$

$$\varepsilon_{cc3} = \frac{U_{cc,3}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{700}{1510^3} \cdot 100 = 4,67\%$$

- c) Potencia que suministra cada transformador cuando se suministra a una carga de 90 kVA, indicando si así fuera, cuál está trabajando en sobrecarga. Lo que se hace necesario es calcular que intensidad que realmente está pasando por cada transformador. Vamos a plantear la resolución de dos formas, una primera teniendo en cuenta sólo la reactancia de cortocircuito ($X_{cc} \cong Z_{cc}$), y una segunda forma, teniendo en cuenta (R_{cc} y X_{cc}).

Primera forma

Calculamos la impedancia de cortocircuito de cada transformador, a partir de la tensión de cortocircuito y la intensidad nominal.

$$Z_{ccl} \cong X_{ccl} = \frac{U_{cc,1}}{I_{1n}} = \frac{600}{2} = 300\Omega \quad X_{ccl} = 0,04 \frac{U_{1n}^2}{S_{nT1}} = 0,04 \frac{15000^2}{30000} = 300\Omega$$

$$Z_{cc2} \cong X_{cc2} = \frac{U_{cc,2}}{I_{2n}} = \frac{500}{2,67} = 187,48\Omega$$

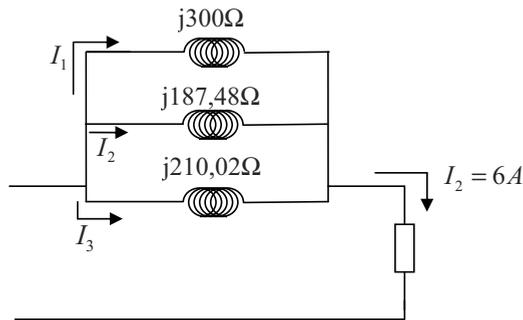
$$Z_{cc3} \cong X_{cc3} = \frac{U_{cc,3}}{I_{3n}} = \frac{700}{3,33} = 210,02\Omega$$

La intensidad que demanda la carga (I_2) sería:

$$I_2 = \frac{S_2}{U_2} = \frac{90000}{400} = 225A$$

La intensidad que consume nuestra carga referido al primario sería:

$$I'_2 = \frac{I_2}{r_t} = \frac{225}{\frac{15000}{400}} = \frac{225}{37,5} = 6A$$



Calcularemos la impedancia equivalente:

$$\frac{1}{\vec{Z}_{eq}} = \frac{1}{j300} + \frac{1}{j187,48} + \frac{1}{j210,02} \Rightarrow \vec{Z}_{eq} = j74,47\Omega$$

Las intensidades serán igual a:

$$I_1 = I \cdot \frac{\vec{Z}_{eq}}{j300} = 6 \cdot \frac{j74,47}{j300} = 1,49A$$

$$I_2 = I \cdot \frac{\vec{Z}_{eq}}{j187,48} = 6 \cdot \frac{j74,47}{j187,48} = 2,38A$$

$$I_3 = I \cdot \frac{\vec{Z}_{eq}}{j210,02} = 6 \cdot \frac{j74,47}{j210,02} = 2,13A$$

Sabiendo la intensidad que pasa por cada transformador y la tensión, ya estamos en disposición de calcular la potencia que aporta cada uno de los transformadores, y ver si trabaja alguno en sobrecarga.

$$S_{T1} = U_1 \cdot I_1 = 15000 \cdot 1,49 = 22,34 \text{ kVA} < 30 \text{ kVA}$$

$$S_{T2} = U_2 \cdot I_2 = 15000 \cdot 2,38 = 35,75 \text{ kVA} < 40 \text{ kVA}$$

$$S_{T3} = U_3 \cdot I_3 = 15000 \cdot 2,13 = 31,91 \text{ kVA} < 50 \text{ kVA}$$

Como pueden observar ninguno de los transformadores está trabajando en sobrecarga, y además, la suma de lo que aporta los tres transformadores es aproximadamente 90 kVA, lo que demanda la carga que hay aguas abajo.

Segunda forma

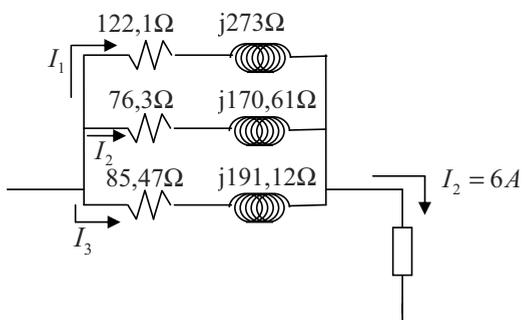
No tenemos en cuenta la simplificación de la primera forma, y calculamos las componentes de las impedancias de cortocircuito, a partir de conocer que $\cos\varphi_{cc}=0,407$.

$$Z_{cc1} = 300 \Omega \quad ; \quad Z_{cc2} = 187,48 \Omega \quad ; \quad Z_{cc3} = 210,02 \Omega$$

$$R_{cc1} = Z_{cc1} \cdot \cos\varphi_{cc} = 300 \cdot 0,407 = 122,1 \Omega \quad ; \quad X_{cc1} = Z_{cc1} \cdot \sin\varphi_{cc} = 300 \cdot 0,91 = 273 \Omega$$

$$R_{cc2} = Z_{cc2} \cdot \cos\varphi_{cc} = 187,48 \cdot 0,407 = 76,30 \Omega \quad ; \quad X_{cc2} = Z_{cc2} \cdot \sin\varphi_{cc} = 187,48 \cdot 0,91 = 170,61 \Omega$$

$$R_{cc3} = Z_{cc3} \cdot \cos\varphi_{cc} = 210,02 \cdot 0,407 = 85,47 \Omega \quad ; \quad X_{cc3} = Z_{cc3} \cdot \sin\varphi_{cc} = 210,02 \cdot 0,91 = 191,12 \Omega$$



Calcularemos la impedancia equivalente:

$$\frac{1}{\vec{Z}_{eq}} = \frac{1}{122,1 + j273} + \frac{1}{76,3 + j170,61} + \frac{1}{85,47 + j191,12} \Rightarrow \vec{Z}_{eq} = 30,31 + j68,02 \Omega$$

Las intensidades serán igual a:

$$I_1 = I \cdot \frac{\vec{Z}_{eq}}{122,1 + j273} = 6 \cdot \frac{30,31 + j68,02}{122,1 + j273} = 1,49 \text{ A}$$

$$I_2 = I \cdot \frac{\vec{Z}_{eq}}{76,3 + j170,61} = 6 \cdot \frac{30,31 + j68,02}{76,3 + j170,61} = 2,38 \text{ A}$$

$$I_3 = I \cdot \frac{\vec{Z}_{eq}}{85,47 + j191,12} = 6 \cdot \frac{30,31 + j68,02}{85,47 + j191,12} = 2,13 \text{ A}$$

Las intensidades como pueden apreciar han salido igual, y por tanto, el estudio de las sobrecargas, es el mismo al anterior.

d) Potencia máxima del conjunto, sin que ninguno de ellos trabaje en sobrecarga. Lo primero que se va a hacer, es calcular el índice de carga de carga transformador, y ver cuál está trabajando más cerca del 100%:

$$c_1 = \frac{S_1}{S_{nT1}} = \frac{22,34}{30} = 0,74 \Rightarrow c_1 = 74,46\%$$

$$c_2 = \frac{S_2}{S_{nT2}} = \frac{35,75}{40} = 0,89 \Rightarrow c_2 = 89,37\%$$

$$c_3 = \frac{S_3}{S_{nT3}} = \frac{31,91}{50} = 0,64 \Rightarrow c_3 = 63,82\%$$

Como se puede observar el transformador 2, está más cerca de alcanzar o trabajar al 100%, exactamente admite 10,63%. Sabiendo que un aumento de dicha potencia dará lugar a dos situaciones:

- Que el transformador alcance el valor máximo, antes de entrar en sobrecarga.
- Un aumento de la potencia demandada de ese mismo porcentaje, que también afectará de forma lineal a los transformadores 1 y 3.

Por tanto los valores que aportarán cada transformador serán:

$$S_{T1} = 25 \text{ kVA}$$

$$S_{T2} = 40 \text{ kVA (Valor nominal)}$$

$$S_{T3} = 35,71 \text{ kVA}$$

Es decir, la carga podrá demandar como máximo, 100,71 kVA –que se corresponde con la suma de todas las potencias obtenidas-

Ejercicio de aplicación 2.14

Partiendo de la instalación industrial, que tenemos en la figura. Sabiendo que el transformador es monofásico de 20.000/230 voltios y $S_{nT}=630$ kVA y considerando las potencias que hay conectadas aguas abajo en su totalidad. Calcula:

La tensión que tendríamos realmente en el secundario de nuestro transformador.

Datos:

Alumb_Desc: Son lámparas de vapor de NaAP monofásicas (230 V.) -vapor de sodio de alta presión-, con un consumo total de 5 kW y $\cos\varphi=0,75i$.

Motor1: Motor trifásico (400V) de 100 kW, con $\cos\varphi=0,85i$.

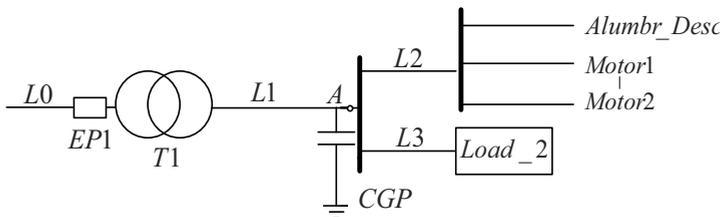
Motor2: Motor trifásico 90 kW, con $\cos\varphi=0,85i$.

Load_2: Una carga general trifásica de 130 kW, $\cos\varphi=0,85i$

Lineas: L0: Longitud 2 km., $R=0,75 \Omega/\text{km}$ y $X_L=1 \Omega/\text{km}$.

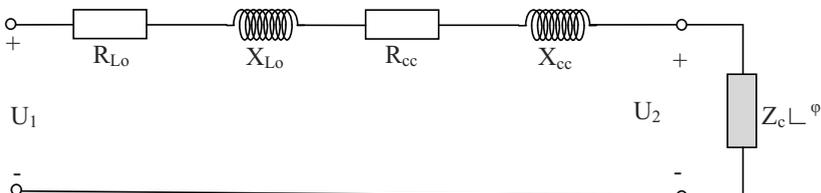
Condensador: Es un condensador con disposición en triángulo, cuyo valor por fase es de 0,6631 mF.

Trafo: En el ensayo de cortocircuito obtenemos que el voltímetro marca 800 V., el vatímetro marca 1900 W y el $\cos\varphi_{cc}=0,407$.



Solución:

Se nos pide que calculemos la caída de tensión en el transformador, teniendo en cuenta que conocemos los datos de la línea del primario del transformador. En este caso, ya no es válida la expresión aproximada de la caída de tensión en el transformador, ya que también habrá una caída en la línea del primario. Por tanto, tendremos que modelar el circuito a estudio, y referir todo al mismo sistema de tensiones.



Para modelar los valores de la línea de media tensión se nos dan los valores en ohmios por kilómetros para la resistencia y para la reactancia de nuestro cable, obteniendo que:

$$R_{Lo} = 0,75(\Omega/km) \cdot 2(km) = 1,5\Omega$$

$$X_{Lo} = 1(\Omega/km) \cdot 2(km) = 2\Omega$$

Con respecto al transformador, nos han dado los datos del ensayo de cortocircuito. Lo primero que se debe comprobar es si se ha realizado el ensayo a plena carga. Se puede definir la intensidad para la que se ha realizado el ensayo, a partir de los datos que tenemos:

$$I_1 = \frac{P_{Cu}}{U_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}} = \frac{1900}{800 \cdot 0,407} = 5,84 A$$

Y como la intensidad nominal es:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{630 \cdot 10^3}{20000} = 31,5 A$$

Podemos comprobar que no se ha realizado el ensayo a plena carga y por tanto, los valores de las tensiones de cortocircuito y pérdidas, no se corresponden los de plena carga.

Ahora bien, siendo crítico lo único que se requiere para la modelización del sistema es la impedancia de cortocircuito y sus componentes, y esta se puede obtener a partir de:

$$Z_{cc} = \frac{U'_{cc}}{I_1} = \frac{800}{5,84} = 137,1\Omega$$

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 137,1 \cdot 0,407 = 55,8\Omega$$

Tenemos modelada la línea de alta tensión y el transformador, y a continuación vamos a modelar con una resistencia y una reactancia, la carga que hay aguas debajo de nuestro transformador, teniendo en cuenta tanto la batería de condensadores, como todos los consumos que nos han dado de todas las líneas. Para la batería de condensadores que está en triángulo se tiene que:

$$Q_c = 3U^2 \omega C_{\Delta} = 3 \cdot 400^2 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 0,6631 \cdot 10^{-3} = 99993,12 VAr$$

Y para el resto de las cargas:

$$P_T = P_{M1} + P_{M2} + P_{AlDesc} + P_{Load_2} = 100 + 90 + 5 + 130 = 325 kW$$

$$Q_T = Q_{M1} + Q_{M2} + Q_{AlDesc} + Q_{Load_2} - Q_c = 61,97 + 55,78 + 4,41 + 80,57 - 99,99 = 102,73 kVAr$$

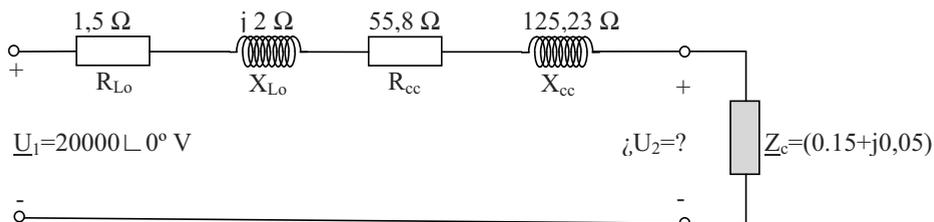
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = 340,85 \text{ kVA}$$

Para modelizar la carga en su conjunto, entenderemos que la potencia que consume es en condiciones nominales, por ello podemos definir la intensidad que se consume como:

$$I_{carga} = \frac{S_T}{U_{2n}} = \frac{340,85 \cdot 10^3}{230} = 1481,96 \text{ A}$$

$$R_{carga} = \frac{P_T}{I_{carga}^2} = \frac{325 \cdot 10^3}{1481,96^2} = 0,15 \Omega$$

$$X_{carga} = \frac{Q_T}{I_{carga}^2} = \frac{102,73 \cdot 10^3}{1481,96^2} = 0,05 \Omega$$

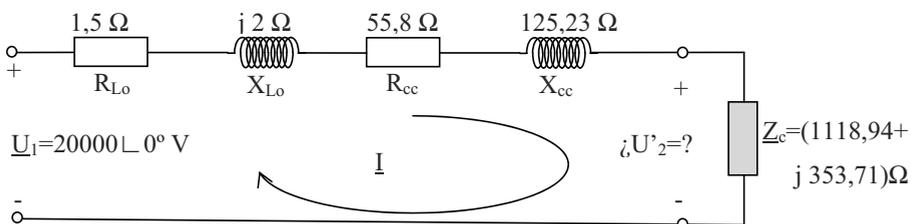


Aunque lo que se nos está pidiendo es la tensión del secundario, para poder calcularlos debemos pasar todos los elementos al mismo sistema de tensiones como referencia, y vamos a pasar al primario el único elemento que tenemos definido del secundario que es la impedancia de la carga. Para ello deberemos multiplicar la impedancia por el cuadrado de la relación de transformación.

$$R'_{carga} = R_{carga} \cdot r_t^2 = 0,15 \cdot \left(\frac{20000}{230}\right)^2 = 1118,94 \Omega$$

$$X'_{carga} = X_{carga} \cdot r_t^2 = 0,05 \cdot \left(\frac{20000}{230}\right)^2 = 353,71 \Omega$$

El circuito a resolver será el siguiente:



$$\vec{I} = \frac{20000 \angle 0^\circ}{(1,5 + 55,8 + 1118,94) + j(2 + 125,23 + 353,71)} = (14,57 - j5,96) A$$

$$\vec{U}'_2 = \vec{I} \cdot \vec{Z}_{carga} = (14,57 - j5,96) \cdot (1118,94 + j353,71) = (1,84 \cdot 10^4 - 1,51 \cdot 10^3) V$$

$$|\vec{U}'_2| = 1,85 \cdot 10^4 V$$

Para tener la solución deberemos referir los valores del primario a secundario:

$$U_2 = \frac{U'_2}{r_i} = 212,4 V$$

TEMA 3

TRANSFORMADOR

TRIFÁSICO DE

POTENCIA

TEMA 3. TRANSFORMADOR TRIFÁSICO DE POTENCIA

3.1 Introducción

El sistema que más se emplea para el transporte y la distribución de energía eléctrica es el de corriente alterna trifásica a alta y media tensión, por lo que los transformadores de potencia son los que mayores aplicaciones tienen en este campo.

Existen dos formas básicas de construir transformadores para sistemas de corrientes trifásicas: mediante banco de tres transformadores monofásicos, y transformadores trifásicos con un solo núcleo.

El objetivo del transformador trifásico es transmitir potencia entre dos sistemas trifásicos a tensiones diferentes –mismo objetivo que el monofásico-. De igual manera, los principios teóricos que se han elaborado para los sistemas monofásicos son totalmente aplicables a los trifásicos, teniendo en cuenta que ahora se aplicarán a cada una de las fases del mismo.

3.2 Banco trifásico a base de transformadores monofásicos

Se constituye a partir de tres transformadores monofásicos de las mismas características eléctricas. Con las tres bobinas primarias, conectadas en estrella o en triángulo, se constituye el primario trifásico, y con las tres secundarias monofásicas, conectadas también en estrella o triángulo, el secundario trifásico.

a) Conexiones y relaciones de transformación asociados con las diferentes conexiones. Se van a definir a continuación la relación de transformación trifásica ($r_{T=t}=m$) con la relación de transformación monofásica ($r_{TM}=m_e$) en función de conexionado que tengan nuestros transformadores monofásicos.

- Conexión estrella-estrella (Y-Y) –figura 3.1-.

La relación de transformación trifásica, se obtiene de relacionar los valores de las tensiones compuestas.

$$r_{tr} = \frac{U_{c1}}{U_{c2}} \quad (3.1)$$

En función de las tensiones simples, se tiene:

$$r_{tr} = m = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{s1}}{\sqrt{3} \cdot U_{s2}} = \frac{U_{s1}}{U_{s2}} = r_{tM} = m_e = \frac{N_1}{N_2} \quad (3.2)$$

- Conexión triángulo-triángulo (Δ - Δ) –figura 3.1-.

$$r_{tr} = m = \frac{U_{c1}}{U_{c2}} = r_{tM} = m_e = \frac{N_1}{N_2} \quad (3.3)$$

- Conexión triángulo-estrella (Δ -Y).

$$r_{tr} = \frac{U_{c1}}{U_{c2}} = \frac{U_{s1}}{\sqrt{3} \cdot U_{s2}} \Rightarrow \frac{r_{tM}}{\sqrt{3}} = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2} \quad (3.4)$$

$$m = \frac{m_e}{\sqrt{3}} \Rightarrow m_e = \sqrt{3} \cdot m \quad (3.5)$$

Cuando se defina el transformador de tres columnas, se estará en disposición de evaluar las ventajas e inconvenientes de este tipo constructivo de transformador.

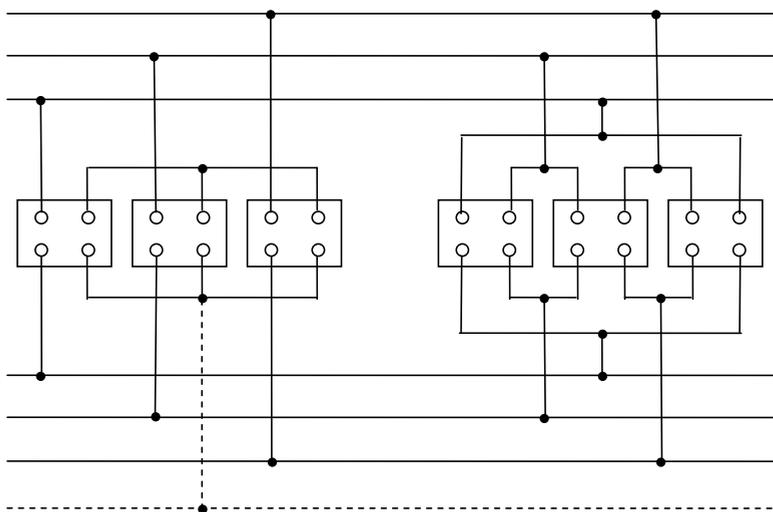


Figura 3.1. Conexión estrella-estrella y triángulo-triángulo, utilizando tres transformadores monofásicos.

3.3 Transformador de tres columnas

Se utilizará un único núcleo magnético de chapas magnéticas de grano orientado con tres columnas alineadas (figura 3.2). En cada una de estas columnas se arrollan los respectivos primarios y secundarios de cada una de las fases.

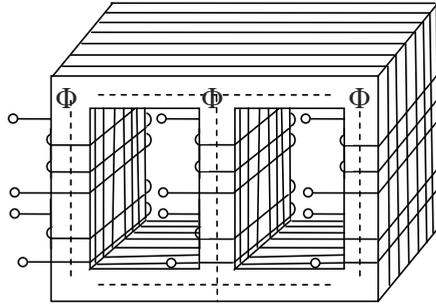


Figura 3.2. Núcleo magnético de tres columnas alineadas, con sus devanados

Atendiendo a la conexión que se haga de dichos terminales, podremos obtener las diferentes disposiciones –estrella y triángulo-, y todas las combinaciones posibles que se aprecian en la figura 3.3.

Con respecto a la constitución de un transformador de tres columnas, se supone un banco de transformadores que alimenta a cargas equilibradas en los secundarios, como se muestra en la figura 3.4.a.

Si las tensiones en el primario $u_{AA}(t)$, $u_{BB}(t)$ y $u_{CC}(t)$, forman un sistema trifásico equilibrado de tensiones –gráfica 3.4.b-. Se cumplirá que los flujos Φ_I , Φ_{II} y Φ_{III} , deberán formar un sistema trifásico equilibrado de flujos.

Por lo tanto, la suma de los flujos Φ sería $0 \rightarrow \Phi_I + \Phi_{II} + \Phi_{III} = 0$.

Teniendo en cuenta todas estas deducciones o expresiones. Si se unen las tres columnas centrales en una sola, teniendo en cuenta como hemos dicho que no pasaría flujo por dicha columna realmente –por ser cero la suma de todos los flujos-, realmente se podría suprimir con un notable ahorro de hierro, dicha columna –figura 3.5.a-.

Dejando finalmente constituido lo que sería el núcleo usual de un transformador trifásico –figura 3.5.b-. Los devanados pueden conectarse en estrella o triángulo –figura 3.6-.

Realmente se podría indicar respecto a la unión de los tres transformadores monofásicos en uno de tres columnas que, con el núcleo trifásico constituido, realmente aparece una asimetría en el circuito magnético. Ya que la columna central es más corta, que las laterales, luego requiere menor corriente de vacío o excitación i_0 .

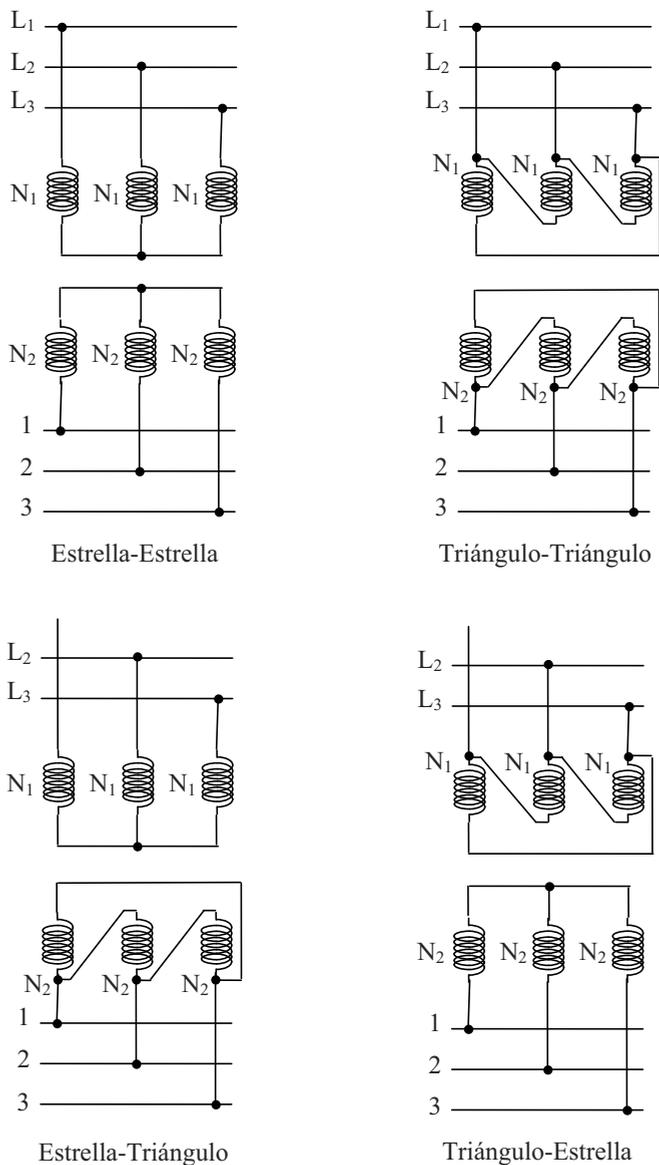


Figura 3.3. Posibles combinaciones básicas de conexión de los devanados del primario y del secundario.

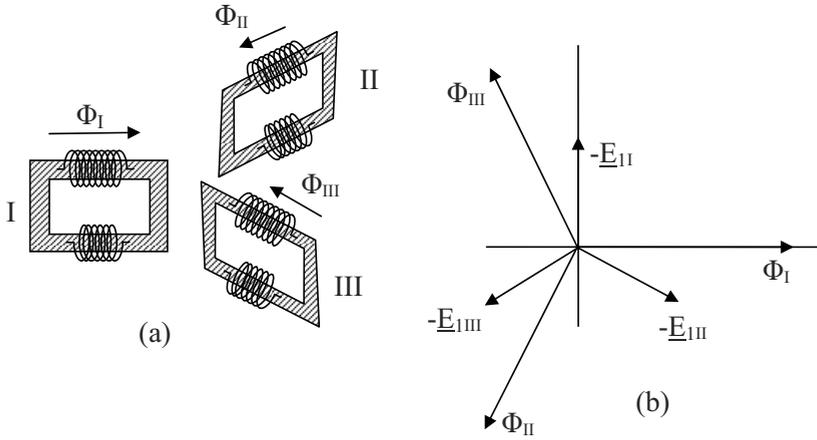


Figura 3.4. Base constructiva de un transformador de tres columnas: a) Partimos de un disposición con tres transformadores monofásicos, alimentando a una carga equilibrada, b) Por partir de un sistemas trifásico equilibrados, los flujos obtenidos, se caracterizarán por estar desfasados entre si 120° e igual módulo.

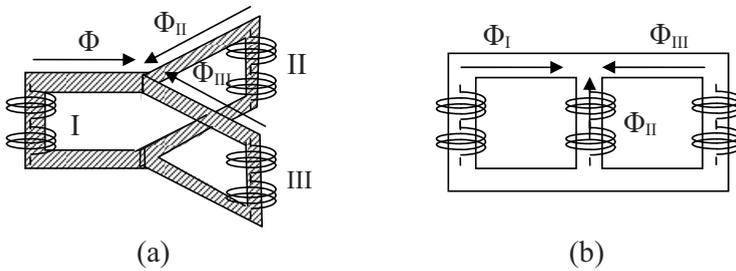


Figura 3.5. Base constructiva de un transformador de tres columnas: a) Juntar y suprimir la columna central, b) Disposición final de un transformador trifásica.

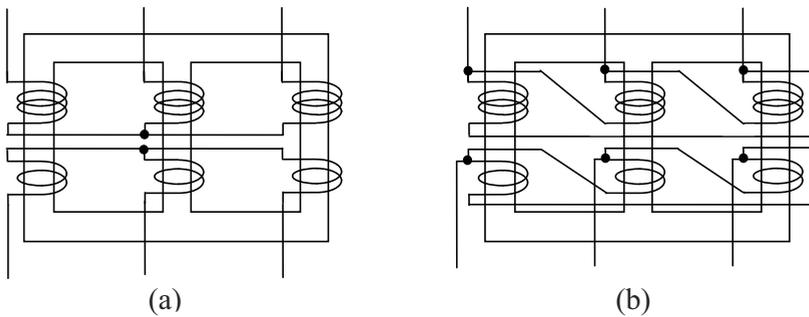


Figura 3.6. Conexión estrella-estrella y triángulo-triángulo, para un transformador trifásico de tres columnas.

Esta asimetría es poco perceptible en carga, sobre todo en los transformadores de chapa orientada, donde se requieren menos corrientes de excitación.



Figura 3.7. Sección de un transformador en baño en aceite.

Comparativa con los transformadores trifásicos, basados en bancos de transformadores monofásicos.

- Teniendo en cuenta estrictamente los elementos necesarios para la transformación, el coste inicial y las pérdidas, son menores en los de un núcleo.

- Mantener una unidad de reserva es más costoso si es de un núcleo. De todas formas, indicar que la práctica de tener unidades de reserva no se suele llevar a cabo, ya que son máquinas con un alto grado de seguridad.

- A la hora de transportarlo, en el caso de potencia elevadas, es más fácil su transporte en unidades monofásicas.

Ejercicio de aplicación 3.1.

Un transformador trifásico estrella-triángulo 400/230V tiene una potencia de 2,5 kVA.

Calcular considerando el transformador ideal.

a) Intensidad de línea y de fase en el secundario cuando funciona a plena carga, b) Intensidad de línea y de fase en el primario cuando funciona a plena carga, y c) Intensidad de fase y de línea en el secundario cuando funciona a 3/4 de plena carga.

Solución:

a) La intensidad de línea se obtiene a partir de:

$$I_{L2} = I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3} \cdot U_2} = \frac{2500}{\sqrt{3} \cdot 230} = 6,27 \text{ A}$$

Partiendo que el secundario está en triángulo, se puede determinar la intensidad de fase como:

$$I_{F2} = \frac{I_{L2}}{\sqrt{3}} = 3,62 \text{ A}$$

b) La intensidad de línea y de fase en el primario considerando que está en conectado en estrella sería:

$$I_{L1} = I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3} \cdot U_1} = \frac{2500}{\sqrt{3} \cdot 400} = 3,61 \text{ A}$$

$$I_{F1} = I_{L1} = 3,61 \text{ A}$$

c) Intensidad de línea y de fase en el secundario cuando se trabaje a 3/4 de la plena carga, es decir que en vez de considerar el total de la potencia, se trabajará con 0,75 de la S_2 .

$$I_{L2} = I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3} \cdot U_2} = \frac{\frac{3}{4} \cdot 2500}{\sqrt{3} \cdot 230} = 4,71 \text{ A}$$

$$I_{F2} = \frac{I_{L2}}{\sqrt{3}} = 2,72 \text{ A}$$

Ejercicio de aplicación 3.2.

Se desea construir un transformador trifásico Dy de potencia 2 kVA, para una relación de transformación de 400/230 V y frecuencia 50 Hz.

Calcular, considerando el transformador ideal, si se admite una inducción magnética de 1,3 T.

a) Sección aproximada en el núcleo, b) Espiras por fase en primario y secundario, y c) Diámetro de los conductores de cobre de primario y secundario si se admite una densidad de corriente de 3,5 A/mm².

Solución:

- a) Sección aproximada del núcleo de material ferromagnético. Partiendo de la base que la potencia suministrada por nuestro transformador, pasa por tres columnas –transformador de tres columnas-, se tomará como referencia un tercio de la potencia total.

$$S_F = \frac{S_2}{3} = \frac{2000}{3} = 666,67 \text{ A}$$

Se puede definir de forma aproximada que la sección del núcleo es

$$s_{\text{núcleo}} = \sqrt{S_F} = \sqrt{666,67} = 25,82 \text{ cm}^2 = 25,82 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

- b) Espiras por fase en el primario y en el secundario. Para ello primero se calculará en primer lugar las tensiones de fase del primario y del secundario, teniendo en cuenta que el dato que se nos da, son las tensiones compuestas y el grupo de conexión.

$$U_{F1} = U_{C1} = 400V$$

$$U_{F2} = \frac{U_{C2}}{\sqrt{3}} = \frac{230}{\sqrt{3}} = 132,79V$$

Como se sabe que $U_F = 4,44 \cdot N \cdot f \cdot \phi$.

Para poder determinar las espiras sólo falta obtener el valor del flujo, que será:

$$\phi_{\text{max}} = B_{\text{max}} \cdot s_n = 1,3 \cdot 25,82 \cdot 10^{-4} = 2,68 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$N_1 = \frac{U_{F1}}{4,44 \cdot f \cdot \phi} = \frac{400}{4,44 \cdot 50 \cdot 2,68 \cdot 10^{-3}} = 672 \text{ espiras}$$

$$N_2 = \frac{U_{F2}}{4,44 \cdot f \cdot \phi} = \frac{132,79}{4,44 \cdot 50 \cdot 2,68 \cdot 10^{-3}} = 223 \text{ espiras}$$

- c) Diámetro de las espiras que conforman el primario y el secundario de nuestro transformador. Sabiendo la densidad de corriente (δ) que admite que es de $3,5 \text{ A/mm}^2$, lo primero que debemos hacer es calcular las intensidades que deben soportar dichas espiras, teniendo en cuenta que el primario está en triángulo y el secundario está en estrella.

$$I_{F1} = \frac{S_F}{U_1} = \frac{2000}{400} = 1,67 \text{ A}$$

También podría haberse calculado en función de la tensión de línea.

$$I_{L1} = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_1} = \frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 2,89 \text{ A} \Rightarrow I_{F1} = \frac{I_{L1}}{\sqrt{3}} = \frac{2,89}{\sqrt{3}} = 1,67 \text{ A}$$

La sección del primario, se puede obtener a partir de la densidad que debe aguantar el primario, como:

$$s_1 = \frac{I_{F1}}{\delta} = \frac{1,67}{3,5} = 0,48 \text{ mm}^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot s_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,48}{\pi}} = 0,78 \text{ mm}$$

Y para el secundario:

$$I_{F2} = \frac{S_F}{U_{F2}} = \frac{2000}{132,79} = 5,02 \text{ A}$$

También podría haberse calculado en función de la tensión de línea:

$$I_{L2} = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_2} = \frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 230} = 5,02 \text{ A} \Rightarrow I_{F2} = I_{L2} = 5,02 \text{ A}$$

La sección del secundario, sería:

$$s_2 = \frac{I_{F2}}{\delta} = \frac{5,02}{3,5} = 1,43 \text{ mm}^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot s_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,43}{\pi}} = 1,35 \text{ mm}$$

3.4 Funcionamiento en régimen equilibrado. Ensayos y esquema equivalente.

El estudio de un transformador trifásico -ya sea de tres columnas o formado por un banco de transformadores monofásicos-, se reducirá al estudio del transformador monofásico formado por el primario y el secundario de cada fase (trabajamos con el equivalente monofásico). Es decir, se trabajará con tensiones simples.

En la figura 3.8, se están representando los diagramas vectoriales, en el caso del a), del transformador trifásico donde se representa cada una de las fases, como estamos

en un sistema trifásico equilibrado, tendremos tres diagramas iguales desfasados entre sí 120° , y en el caso b), se representa el diagrama vectorial, cuando estamos trabajando con el equivalente monofásico –pueden observar que es el mismo que se usó en el caso del estudio del transformador monofásico-

Los ensayos fundamentales son los mismos que en el caso del transformador monofásico. Algunas expresiones subsisten, otras se modifican como se apreciará, debido a que algunas veces trabajaremos con valores de fase o simple y otras con valores de línea o compuestos.

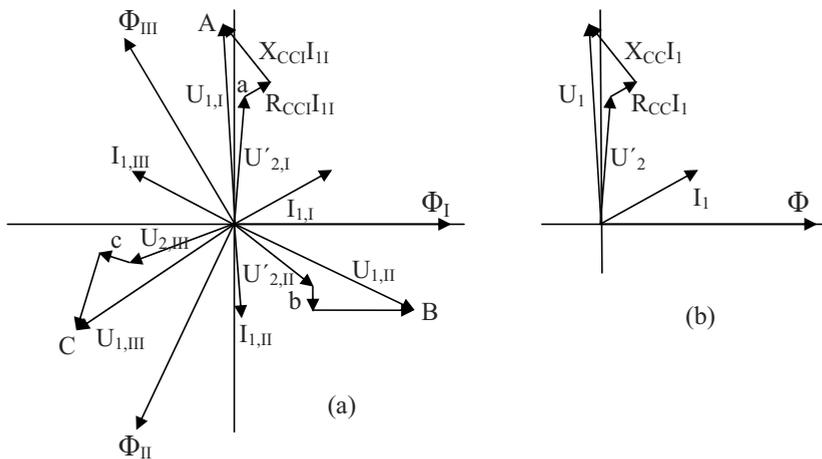


Figura 3.8. Diagramas vectoriales del transformador trifásico:
 a) Del conjunto, y b) equivalente monofásico del transformador trifásico.

El circuito que se obtiene es un circuito por fase, ante esta situación se puede definir dos formas de acometer el análisis del transformador trifásico.

1°. Teniendo en cuenta como están conectadas las fases del primario y del secundario, se trabajará con una de las fases del transformador. En este caso para referir valores de un devanado a otro es necesario trabajar con la relación de espiras m_e –que ya se definieron en el apartado 3.2.-.

2°. Obviando la conexión de la máquina, y considerando que está conectado en estrella para ambos devanados. En este caso para referir los valores de un devanado a otro es necesario usar la relación de transformación m .

3.4.1 Ensayo de vacío

Se obtiene a base aplicar a uno de los arrollamientos el sistema de tensiones nominales al primario, estando el secundario en vacío –figura 3.9-.

¿Qué se obtiene con el ensayo? La relación de transformación, r , las pérdidas del hierro (P_{Fe} o P_o) y la corriente de vacío o excitación (I_o).

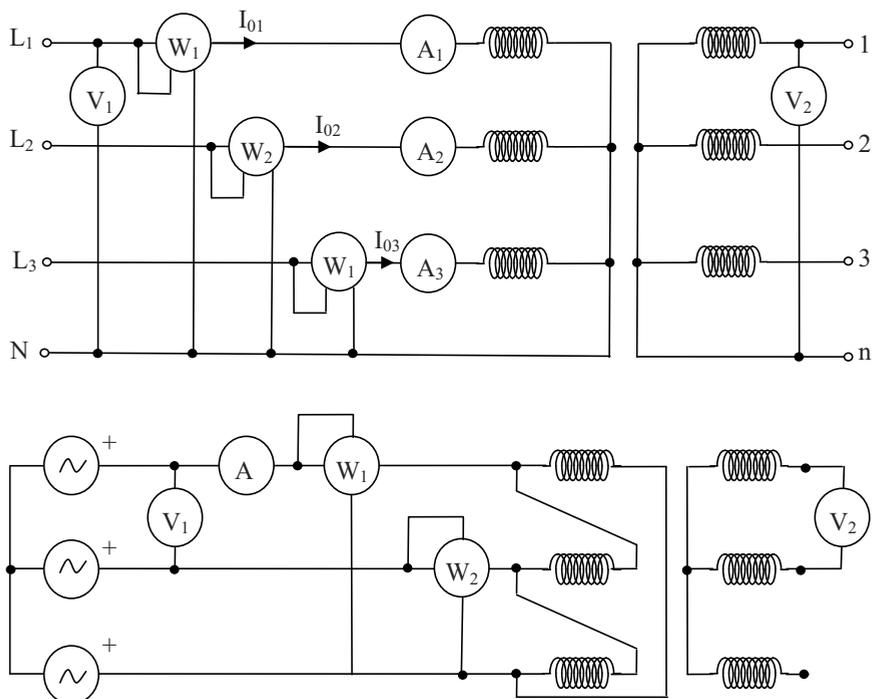


Figura 3.9. Ensayo de vacío, cuando tenemos o no tenemos neutro -dependiente de la conexión estrella o triángulo del primario-.

De forma que con los equipos que conforma el ensayo se obtiene:

- Con el amperímetro se obtiene el valor de la corriente de vacío o excitación (I_v , I_o).
- Relacionando las lecturas del voltímetro del primario con la del secundario, se obtiene la relación de transformación, r (m o m_e), dependiendo de la conexión de los devanados –estrella, triángulo-.

$$m = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = \frac{U_{1s}}{U_{2s}} \quad ; \quad m_e = \frac{U_{1N}}{U_{2N}/\sqrt{3}} \quad (3.6)$$

- Y por último, las pérdidas del hierro (P_{Fe} o P_o), se podrían obtener atendiendo a las dos posibles disposiciones que se referencian en la figura 3.9, como el resultado $3 \cdot W_1$, o según el método de Aaron –segunda disposición–, como suma del W_1+W_2 .

Realmente el esquema definido en la figura superior de la 3.9, se corresponde con el esquema cuando el sistema no está totalmente equilibrado, y por tanto, nuestra $P_{Fe}=W_1+W_2+W_3$. Si fuera equilibrado la lecturas de los tres serían la misma, y se calcularía como se ha mencionado anteriormente, como tres veces la lectura de nuestro vatímetro.

Las pérdidas del transformador monofásico son del orden de un tercio de las de un transformador trifásico.

Con respecto a la determinación de los parámetros R_{Fe} y X_μ , se tiene que para una conexión:

a) Δ -Y (triángulo-estrella)

$$\cos \varphi_o = \frac{P_o}{\sqrt{3} \cdot U_{1N} \cdot I_o} \quad (3.7)$$

$$I_{Fe} = \frac{I_o}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi_o \Rightarrow R_{Fe} = \frac{U_{1n}}{I_{Fe}} \quad (3.8)$$

$$I_\mu = \frac{I_o}{\sqrt{3}} \cdot \sin \varphi_o \Rightarrow X_\mu = \frac{U_{1n}}{I_\mu} \quad (3.9)$$

b) Y-Y (estrella-estrella)

$$\cos \varphi_o = \frac{P_o}{\sqrt{3} \cdot U_{1n} \cdot I_o} \quad (3.10)$$

$$I_{Fe} = I_o \cdot \cos \varphi_o \Rightarrow R_{Fe} = \frac{U_{1n}/\sqrt{3}}{I_{Fe}} \quad (3.11)$$

$$I_\mu = I_o \cdot \sin \varphi_o \Rightarrow X_\mu = \frac{U_{1n}/\sqrt{3}}{I_\mu} \quad (3.12)$$

Ejercicio de aplicación 3.3

Al someter a un ensayo en vacío a un transformador trifásico de 275 kVA, 12000/400 V, conectado en estrella-estrella, se han obtenido los siguientes resultados: $I_o=0,55$ A ; $P_o=1050$ W; $V_{1s}=6928$ V; $V_{2s}=230,94$ V. Determinar:

a) Las pérdidas en el hierro, b) las componentes de I_o , y c) el número de espiras del primario por fase si en el secundario hay 500.

Solución:

- a) Según se define en el ensayo de vacío la lectura del vatímetro, nos da las pérdidas de vacío de nuestro transformador. Por tanto

$$P_{Fe} = W = 1050 \text{ W}$$

- b) Componentes de la intensidad de vacío o excitación. Se sabe que la lectura del amperímetro, nos define el valor de la intensidad de vacío (I_o), en nuestro caso 0,55 A. Para poder obtener las componentes, necesitamos conocer el φ_o . Este se calculará por tanto en primer lugar, el $\cos \varphi_o$:

$$\cos \varphi_o = \frac{P_o}{\sqrt{3} \cdot U_{1c} \cdot I_o} = \frac{1050}{\sqrt{3} \cdot 12000 \cdot 0,55} = 0,092 \Rightarrow \varphi_o = 84,73^\circ$$

La componente activa de la intensidad de vacío –o del hierro–.

$$I_{Fe} = I_a = I_o \cdot \cos \varphi_o = 0,55 \cdot 0,092 = 0,05 \text{ A}$$

La componente reactiva de la intensidad de vacío –o magnetizante–.

$$I_{\mu} = I_r = I_o \cdot \sin \varphi_o = 0,55 \cdot 0,99 = 0,54 \text{ A}$$

- c) Número de espiras del primario, conociendo que 500 espiras son las del secundario. A partir de la relación de transformación que se debe calcular en primer lugar, se estará en disposición de calcular la N_1 , y teniendo en cuenta que la conexión es estrella-estrella.

$$m = r_t = \frac{U_{1s}}{U_{2s}} = \frac{6928}{230,94} = 30$$

$$r_t = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow N_1 = r_t \cdot N_2 = 30 \cdot 500 = 15000 \text{ espiras}$$

3.4.2 Ensayo de cortocircuito

Al igual que se hacía para los monofásicos se cortocircuita el secundario y, mediante un fuente de corriente alterna regulable, se va aumentando dicha tensión hasta que por el primario circule la intensidad nominal.

De forma que el voltímetro nos indica la tensión de cortocircuito, siempre y cuando esté conectado a una de las fases del transformador. La conexión del transformador va a

condicionar que se esté hablando de tensiones simples –conexión en estrella- o tensiones compuestas o entre fases –conexión en triángulo-.

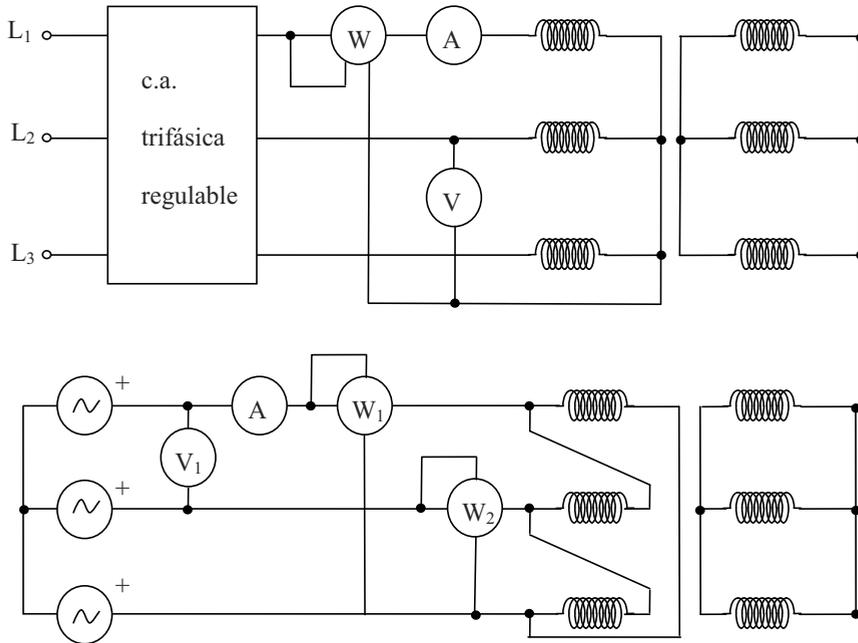


Figura 3.10. Ensayo de cortocircuito, cuando tenemos o no tenemos neutro -dependiente de la conexión estrella o triángulo del primario-.

Como el sistema es equilibrado, se puede utilizar cualquiera de los métodos conocidos para medir la potencia trifásica. La potencia media medida coincidirá con las pérdidas del cobre. En el esquema de la figura 3.10, se ha utilizado el método con un solo vatímetro para medir dicha potencia, en un transformador trifásico con conexión estrella-estrella, obteniendo que la $P_{Cu}=3 \cdot W$.

De igual manera se puede expresar las pérdidas reales como:

$$P_{Cu} = P_{cc} = 3 \cdot R_{cc} \cdot I_{1n}^2 \quad (3.13)$$

Volviendo a la tensión de cortocircuito, obtenido del voltímetro, en valor porcentual será igual a:

$$u_{cc} (\%) = \varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc,compuesta}}{U_{1n,compuesta}} \cdot 100 = \frac{U_{cc,simple}}{U_{1n,simple}} \cdot 100 \quad (3.14)$$

Si la conexión de nuestro transformador fuera en triángulo, recordar que la $U_{compuesta}$ es coincidente con la U_{simple} . Con respecto al resto de los parámetros, por ejemplo indicar:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{\frac{P_{cc}}{3}}{U_{cc,simple} \cdot I_{1n}} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}^2}{U_{cc,simple} \cdot I_{1n}} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{cc,simple}} \quad (3.15)$$

Si multiplico y divido por la $U_{1n,simple}$, se obtiene el factor de potencia de cortocircuito en función de los valores porcentuales de tensión.

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{cc,simple}} \left(\frac{U_{1n,simple}}{U_{1n,simple}} \right) = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (3.16)$$

Como se estudió en el caso del transformador monofásico, los parámetros de la caída porcentual pueden definirse

$$U_{Rcc} = U_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} \quad (3.17)$$

$$U_{Xcc} = U_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} \quad (3.18)$$

Dichos valores pueden venir definidos en valores simples, como en compuestos. Los valores porcentuales serán:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 = \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{X_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 = \varepsilon_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} \quad (3.20)$$

Y por supuesto, se cumplirá que:

$$\varepsilon_{cc} = \sqrt{\varepsilon_{Rcc}^2 + \varepsilon_{Xcc}^2} \quad (3.21)$$

Recordar que para la realización del ensayo de cortocircuito, no tiene por qué realizarse para una intensidad equivalente a la nominal, siendo posible su realización con una intensidad que va desde un 25% al 100% de la I_{1n} .

Si consideramos la conexión de nuestro transformador se tiene que para:

a) Δ -Y (triángulo-estrella)

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P'_{cc}}{\sqrt{3} \cdot U'_{cc} \cdot I_1} \quad (3.22)$$

Donde U'_{cc} , es la tensión de cortocircuito que marca nuestro voltímetro, cuando la intensidad del ensayo (I_1) es distinta de la nominal. La impedancia de cortocircuito se obtendrá como:

$$Z_{cc} = \frac{U'_{cc}}{I_1 / \sqrt{3}} \quad (3.23)$$

Y la R_{cc} y la X_{cc} :

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} \quad (3.24)$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} \quad (3.25)$$

b) Y-Y (estrella-estrella)

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P'_{cc}}{\sqrt{3} \cdot U'_{cc} \cdot I_1} \quad (3.26)$$

$$Z_{cc} = \frac{U'_{cc} / \sqrt{3}}{I_1} \quad (3.27)$$

Y la R_{cc} y la X_{cc} , se calcula de forma independiente a la conexión, en función de la impedancia de cortocircuito y del ángulo de desfase del ensayo de cortocircuito.

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} \quad (3.28)$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} \quad (3.29)$$

Ejercicio de aplicación 3.4

Se parte de un transformador trifásico Dy de 125 kVA, 10000/400 V, se ensaya en cortocircuito conectándolo por el lado de alta tensión. Siendo las medidas del ensayo: 2,35 kW, 430 V, 7,22 A.

Calcular:

a) Tensión porcentual de cortocircuito, b) Regulación de tensión y tensión de línea en bornes del secundario trabajando a media carga con factor de potencia 0,85 en retardo, c) Intensidad de cortocircuito en el secundario y en el primario, y d) Potencia de cortocircuito.

Solución:

a) Por definición, la lectura del voltímetro en el ensayo de cortocircuito nos da la U_{cc} , siempre y cuando el ensayo se esté realizando a plena carga, es decir,

con la intensidad nominal. Dado que en el enunciado no deja constancia de que así haya sido, lo primero a realizar es, calcular la intensidad nominal de nuestro transformador y compararla con la lectura de nuestro amperímetro en el ensayo (7,22 A), y comprobar si es la misma o no.

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 10000} = 7,22 \text{ A}$$

Verificado que nuestro voltímetro nos da la tensión de cortocircuito, ya se está en disposición de calcular la tensión porcentual.

$$\varepsilon_{cc} = u_{cc}(\%) = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{430}{10000} \cdot 100 = 4,3 \%$$

b) Caída de tensión en nuestro transformador, y tensión que se tendría finalmente en el secundario, trabajando a media carga con factor de potencia 0,85i –recuerden que indicar en retardo, implica un comportamiento inductivo-. La expresión que se debe resolver es:

$$\varepsilon = c \cdot (u_{Rcc} \cdot \cos\varphi + u_{Xcc} \cdot \sen\varphi)$$

Se van a ir definiendo todos los parámetros, de esta expresión sólo se conoce el índice de carga, $c=0,5$, y el $\cos\varphi$ de la carga, 0,85i. En primer lugar calculamos la φ_{cc} :

$$P_{cc} = \sqrt{3} \cdot U_{cc} \cdot I_n \cdot \cos\varphi_{cc} \Rightarrow \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} \cdot U_{cc} \cdot I_n} = \frac{2500}{\sqrt{3} \cdot 430 \cdot 7,22} = 0,46$$

$$\varphi_{cc} = \arccos 0,46 = 62,61^\circ \Rightarrow \sen\varphi_{cc} = 0,89$$

Sabiendo la u_{cc} (ε_{cc}) y el $\cos\varphi_{cc}$, se está en disposición de calcular las componentes de la tensión porcentual.

$$u_{Rcc}(\%) = \varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 4,3 \cdot 0,46 = 1,98 \%$$

$$u_{Xcc}(\%) = \varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \sen\varphi_{cc} = 4,3 \cdot 0,89 = 3,83 \%$$

También se puede calcular como:

$$u_{Xcc} = \sqrt{u_{cc}^2 - u_{Rcc}^2} = \varepsilon_{Xcc} = 3,83 \%$$

Con respecto a la carga, el $\cos\varphi=0,85i$, y

$$\varphi = \arccos 0,85 = 31,79^\circ \Rightarrow \sen\varphi = 0,53$$

Por tanto, la regulación será:

$$\varepsilon = 0,5 \cdot (1,98 \cdot 0,85 + 3,83 \cdot 0,53) = 1,86\%$$

Y la tensión en el secundario será:

$$U_2 = U_{2n} - \frac{U_{2n} \cdot \varepsilon}{100} = 400 - \frac{400 \cdot 1,86}{100} = 392,56 V.$$

c) Intensidad de cortocircuito en el secundario y el primario. Como se vio en el capítulo 15, el valor de la intensidad de c.c., es dependiente del valor de la intensidad nominal y de la tensión porcentual de cortocircuito.

$$I_{n2} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{125000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 180,42 A$$

$$I_{cc2} = \frac{I_{2n} \cdot 100}{u_{cc}} = \frac{180,42}{4,3} \cdot 100 = 4195,86 A$$

La intensidad de cortocircuito del primario se calcula como:

$$I_{n1} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{125000}{\sqrt{3} \cdot 10000} = 7,22 A$$

$$I_{cc1} = \frac{I_{1n} \cdot 100}{u_{cc}} = \frac{7,22}{4,3} \cdot 100 = 167,9 A$$

También podría haberse calculado simplemente aplicando la relación de transformación de intensidades.

$$I_{cc1} = I_{cc2} \cdot \frac{U_{2n}}{U_{1n}} = 4195,86 \cdot \frac{400}{10000} = 167,83 A.$$

d) Potencia de cortocircuito.

$$S_{cc} = \frac{S_n}{u_{cc}} \cdot 100 = \frac{125000}{4,3} \cdot 100 = 290697674 VA = 2,91 MVA$$

También podría haberse calculado a partir de los valores de las intensidades de cortocircuito.

$$S_{cc} = \sqrt{3} \cdot U_{2n} \cdot I_{cc2} = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 4195,86 = 2,91 MVA$$

$$S_{cc} = \sqrt{3} \cdot U_{1n} \cdot I_{cc1} = \sqrt{3} \cdot 10000 \cdot 167,83 = 2,91 MVA$$

3.4.3 Esquema equivalente

Independientemente de la conexión del transformador (Y-y, Δ - Δ , Y- Δ y Δ -Y) se trabaja con el esquema monofásico equivalente fase-neutro. En definitiva, el esquema se corresponderá con el del transformador monofásico. Como veremos en el próximo apartado los conexionados si afectarán a los desfases de las tensiones entre el primario y el secundario. Nuestro esquema equivalente será –figura 3.11-.

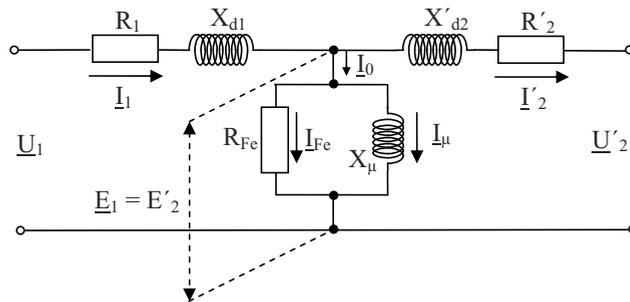


Figura 3.11. Esquema equivalente del transformador trifásico.

3.5 Conexiones en los transformadores

Como ya hemos podido comprobar, los bobinados primarios y secundarios de un transformador trifásico se pueden conectar en estrella o en triángulo.

Para referenciar los principios de los devanados de alta tensión se utilizan letras mayúsculas (ABC o UVW) y los finales de dichos devanados se referencian por (A'B'C' o XYZ). Para baja tensión se emplea la misma nomenclatura con letras minúsculas –figura 3.12-.

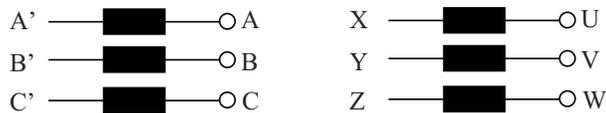


Figura 3.12. Denominaciones habituales de los terminales de los devanados de alta de un transformador trifásico.

En estrella se consigue que la tensión a la que queda sometida cada fase del transformador sea $\sqrt{3}$ veces menor que la tensión compuesta de la línea, por lo que se consigue reducir el número de espiras en relación a la conexión en triángulo para una misma relación de transformación de tensiones compuestas. Conectando el secundario en

estrella se consigue disponer de neutro, lo que permite obtener dos tensiones de distribución, y la posibilidad de conectar el neutro a tierra para garantizar la seguridad de las instalaciones.

En la conexión en triángulo se reduce $\sqrt{3}$ veces la intensidad de cada una de las fases respecto a la de línea, por lo que se consigue reducir la sección de los conductores de los bobinados.

Cuando se conecta el primario y el secundario en estrella (por ejemplo, un transformador de distribución a dos tensiones que posea alta tensión en el primario) y se conectan cargas en el secundario fuertemente desequilibradas, aparece un fuerte desequilibrio de corrientes en el primario que a su vez provoca una asimetría de los flujos que hace que la tensión de salida aumente en las fase no cargadas y disminuya en las cargadas. Una forma de evitar este fenómeno manteniendo el neutro, consiste en conectar el secundario en zig-zag, para lo cual se divide el bobinado de cada fase en dos partes iguales y se arrollan en sentido contrario; cada parte se conecta en serie con la columna consecutiva, tal como se muestra en la figura 3.13.

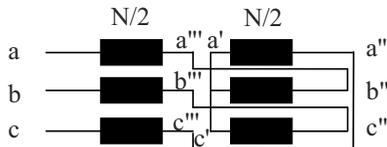


Figura 3.13. Conexión en zig-zag

Tener en cuenta que cuando se conecte el primario y el secundario de forma diferente aparece un desfase entre las tensiones de los mismos, aspecto que trataremos en el siguiente punto.

3.5.1 Desfases

Entre la tensión de salida y la tensión de entrada de un transformador trifásico existe un desfase debido al tipo de conexión de los devanados primario y secundario, aparte del correspondiente a la caída de tensión interna del transformador. Cuando nos referimos a desfases, se entenderá que es con el transformador trabajando en vacío, haciendo caso omiso de las caídas internas del transformador que aparecen en los regímenes de carga, si no fuera así, no se podría hablar de desfase.

3.5.2 Designación de polos y bornes

Diremos que dos terminales de los arrollamientos de una misma columna tienen igual polaridad, cuando para un flujo común, simultáneamente posean potenciales de igual signo en relación a los extremos opuestos.

Se cumple que si $U_{AA'} > 0 \rightarrow U_{aa'} > 0$.

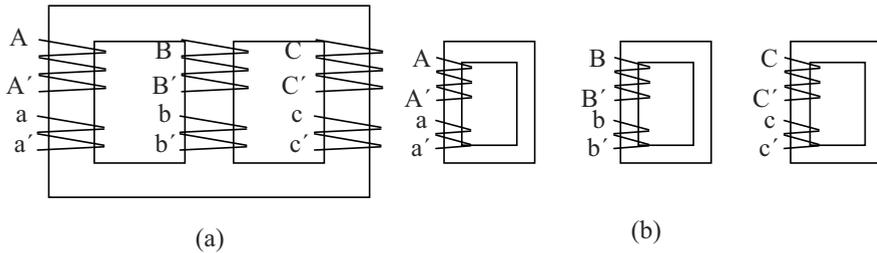


Figura 3.14. Designación de polos y bornes, en un transformador trifásico (a), transformador monofásico (b)

La placa de bornes de un transformador trifásico (UNESA 5201 B 3.5) (figura 3.15). A los bornes (alta y baja) con la misma letra se le denominará homólogos.

Ahora bien, pueden conectarse a bornes homólogos extremos de arrollamientos de igual polaridad, o bien, de polaridad opuesta.

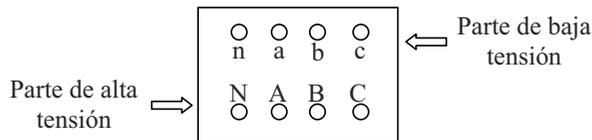


Figura 3.15. Bornes de conexión de un transformador trifásico.

3.5.3 Índice de desfase

Define el desfase entre la tensión de entrada y la tensión de salida, y se expresa en múltiplos de 30° , expresa el atraso de la tensión más pequeña respecto a la mayor. Como se verá posteriormente, se puede tomar como referencia las tensiones simples o las compuestas, se harán ejemplos con ambos criterios.

3.5.4 Símbolos de conexiones

Según la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI 76, transformadores de potencia), la conexión de un transformador se designa dando el tipo de conexión del devanado de alta, el tipo de conexión del devanado de baja y el índice de desfase, por tanto:

- Conexión en estrella $\rightarrow Y, y$
- Conexión en triángulo $\rightarrow D, d$.
- Conexión zig-zag $\rightarrow Z, z$.

Aunque parezca superfluo, se señala que los desfases son independientes del orden de sucesión de fases. Es decir, un transformador tiene un desfase nulo, lo tendrá, tanto si a los bornes se aplica un sistema equilibrado directo de tensiones (ABC), como si se aplica un sistema de tensiones inverso (ACB).

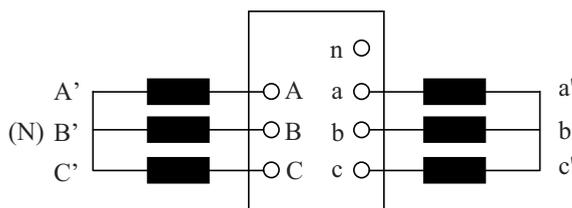
A continuación se va a estudiar, cómo se define el grupo de conexión de diferentes disposiciones

Ejercicio de aplicación 3.5

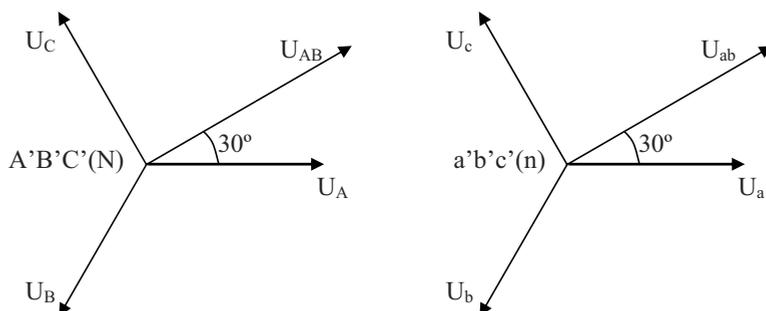
Partiendo del grupo de conexión de la figura anexa.

Calcular:

a) Defíneme el grupo de conexión



Solución:



Si se superponen $\vec{U}_{AA'}$ y $\vec{U}_{aa'}$, se comprueban que están en fase. Hay bibliografía que en vez de trabajar con las tensiones simples, trabajan con los valores compuestos o de línea, comprobando que \vec{U}_{AB} y \vec{U}_{ab} , están en fase, es decir, 0° . La solución será por tanto, $Y\gamma 0$.

Este grupo es de los más utilizados y la relación de transformación de este grupo de conexión sería:

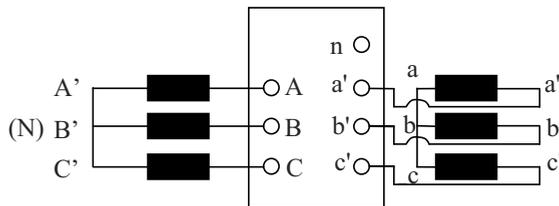
$$m_e = \frac{N_1}{N_2}$$

Ejercicio de aplicación 3.6

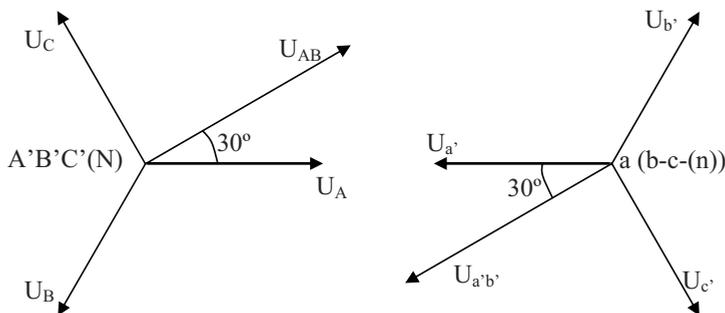
Partiendo del grupo de conexión de la figura anexa.

Calcular:

a) Defíneme el grupo de conexión.



Solución:



En este caso el neutro del secundario se genera conectando los bornes a-b-c. Si se superponen $\vec{U}_{AA'}$ y $\vec{U}_{aa'}$, se comprueban que están en desfase 180° - también \vec{U}_{AB} y $\vec{U}_{a'b'}$, están en desfase 180° . Donde 180° se corresponde con un índice horario de 6.

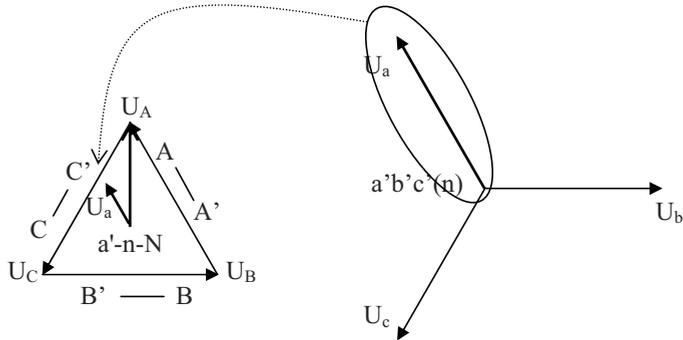
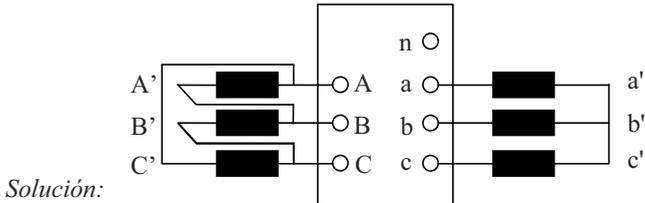
La solución será por tanto, $Y\gamma 6$.

Ejercicio de aplicación 3.7

Partiendo del grupo de conexión de la figura anexa.

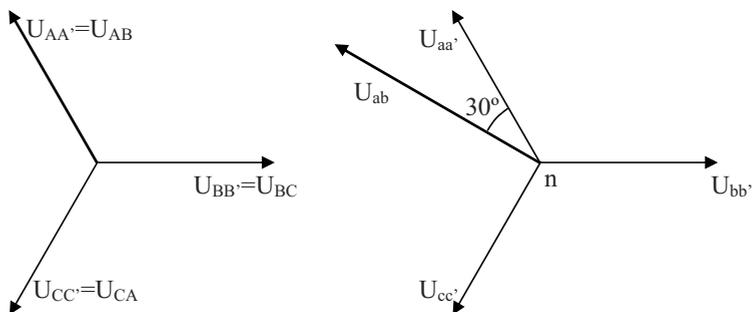
Calcular:

a) Defíneme el grupo de conexión.



Si se superponen \vec{U}_{AN} y \vec{U}_{an} , se comprueban que están desfasados en el sentido horario 330° , que se corresponde con un índice horario de 11. La solución será *Dy11*.

También podría haberse resuelto trabajando con las tensiones compuestas:



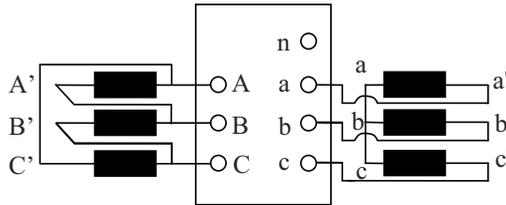
Si se superpone el diagrama vectorial del secundario sobre el primario, se puede apreciar que \vec{U}_{ab} , está desfasado 330° con respecto a \vec{U}_{AB} , corroborando la solución anterior *Dy11*.

Ejercicio de aplicación 3.8

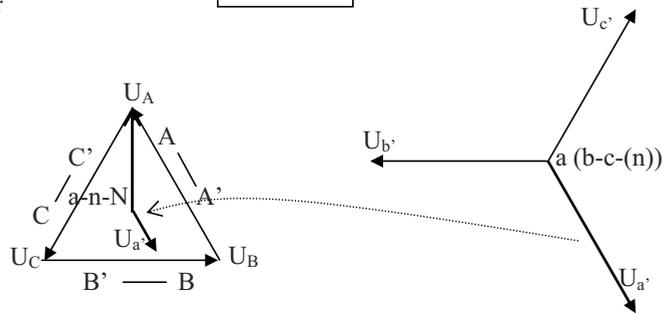
Partiendo del grupo de conexión de la figura anexa.

Calcular:

a) Defineme el grupo de conexión.

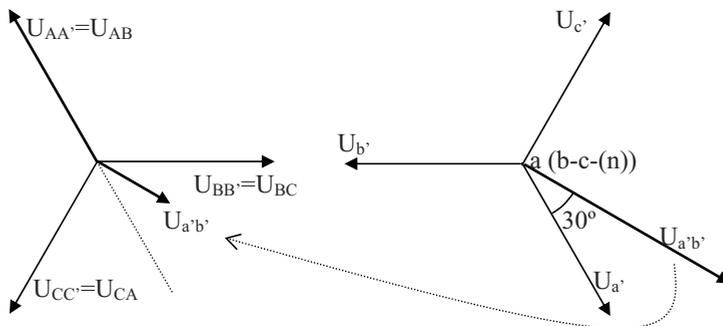


Solución:



Si se superponen \vec{U}_{AN} y \vec{U}_{an} , se comprueban que están desfasados en el sentido horario, 150° , que se corresponde con un índice horario de 5. La solución será por tanto, Dy5.

También podría haberse resuelto trabajando con las tensiones compuestas:



Si se superpone el diagrama vectorial del secundario sobre el primario, se puede apreciar que $\vec{U}_{a'b'}$, está desfasado 150° con respecto a \vec{U}_{AB} , corroborando la solución anterior Dy5.

Este grupo es de los más utilizados y la relación de transformación de este grupo de conexión sería:

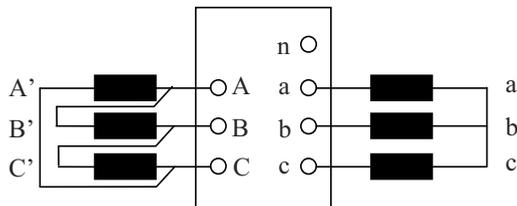
$$m_e = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2}$$

Ejercicio de aplicación 3.9

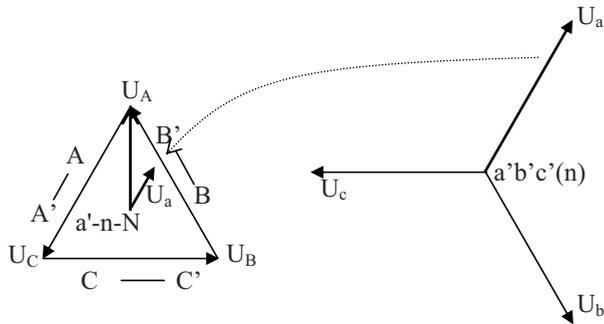
Partiendo del grupo de conexión de la figura anexa.

Calcular:

a) Defíneme el grupo de conexión



Solución:



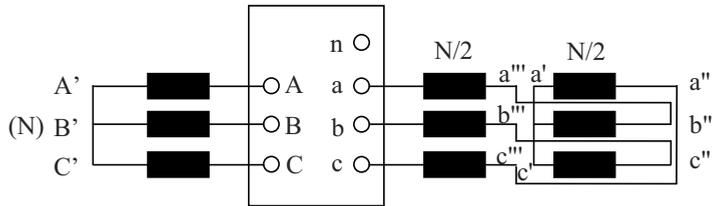
Si se superponen \vec{U}_{AN} y \vec{U}_{an} , se comprueban que están desfasados en el sentido horario 30° , que se corresponde con un índice horario de 1. La solución será por tanto, $Dy1$.

Ejercicio de aplicación 3.10

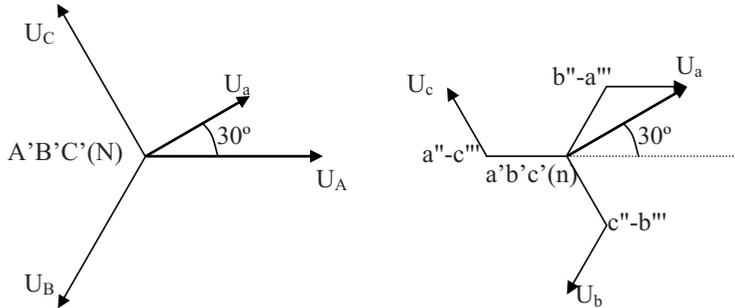
Partiendo del grupo de conexión de la figura anexa. Donde tenemos una conexión en Zig-Zag.

Calcular:

a) Defíneme el grupo de conexión.



Solución:



Si se superponen \vec{U}_{AN} y \vec{U}_{an} , se comprueban que están desfasados 330° , por tanto, la solución será $Yz11$.

La relación de transformación de este tipo de conexión será:

$$r_i = \frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{AN}}{\sqrt{3} \cdot U_{an}} = \frac{U_{AN}}{U_{an}} = \frac{U_{AN}}{\sqrt{3} \cdot U_{aa''}} = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot \frac{N_2}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{N_1}{N_2} \approx 1,55 \cdot \frac{N_1}{N_2}$$

Además de estos grupos vistos hay muchas más posibilidades de conexión, y se destacaría por su utilización, el $Yd5$ cuya relación de transformación de este grupo de conexión sería:

$$m_e = \frac{\sqrt{3} \cdot N_1}{N_2}$$

Y el $Yz5$ cuya relación de transformación de este grupo de conexión sería:

$$m_e = \frac{2 \cdot N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2}$$

3.5.5 Aplicaciones y diferentes tipos de conexiones

Cada tipo de conexión, tiene asociado una serie de aplicaciones:

- La conexión, Y-Y. Se utiliza en transformadores de media a baja tensión (400 V) con puesta a tierra del neutro en baja. Sólo si los desequilibrios no son grandes. Y también, como enlace de dos sistemas de tensiones altas.

- Conexión estrella-zig zag (Y-Z), es propio de transformadores de media a baja tensión (400 V), permiten la puesta a tierra del neutro y admiten grandes desequilibrios.

- Conexión estrella-triángulo (Y- Δ), se suele usar en transformadores reductores, si no se requiere conexión de puesta a tierra en el secundario.

- Conexión triángulo-estrella (Δ -Y), se utiliza como transformador elevador cuando se encuentra al principio de la línea o en una posición central. Y también como transformador de media a baja tensión –le caracteriza el hecho de que admite desequilibrios-.

- Conexión estrella-estrella (Y-Y) con terciario. Permite la puesta a tierra en cualquier lado y admite desequilibrios.

3.6 Conexión en paralelo de transformadores

Este punto ya fue tratado con más detalle en el capítulo 2, de forma que como ya se comentó en ciertas ocasiones es necesario acoplar transformadores para conseguir así aumentar la potencia de salida. Para hacerlo, se deberán cumplir las siguientes condiciones:

a) Los valores instantáneos de las tensiones de salida deben ser iguales, por lo que siempre habrá que conectar los transformadores con el mismo orden de fases en la salida. Además el desfase correspondiente al grupo de conexión de ambos transformadores debe ser el mismo.

Una forma de comprobar este último extremo consiste en verificar, con un voltímetro si existe diferencia de potencial entre cada uno de los terminales de salida a conectar –figura 3.16.-.

b) El reparto de potencia de cada uno de los transformadores dependerá de la impedancia de cortocircuito que posea cada uno de ellos, de tal forma que suministrará más potencia el que tenga menor impedancia. Normalmente se conoce la tensión de cortocircuito ucc (ecc), que es proporcional a dicha impedancia, por lo que hay que procurar conectar transformadores que poseen la misma potencia nominal y la misma tensión de

cortocircuito. En el caso de que las potencias nominales de los transformadores sean diferentes, éstas no deben diferenciarse en más del triple y la tensión de cortocircuito del más pequeño debe ser superior a la del más grande, de tal forma que el reparto de cargas entre ambos transformadores sea equitativo respecto a sus potencias nominales.

1	2	3	4	5	6	7	8
Identificación		Diagrama		Esquema		Relación de tensiones compuestas U _{Mat.} / U _{Sec.}	Antigua denominación V.D.E.
Defase (Ang. de S.T. en el eje)	Denominación C.F.T.	A.T.	B.T.	A.T.	B.T.		
0°	Dd0					$\frac{N_A}{N_B}$	A ₁
	Yy0					$\frac{N_A}{N_B}$	A ₂
	Dz0					$\frac{2N_A}{3N_B}$	A ₃
150°	Dy5					$\frac{N_A}{\sqrt{3}N_B}$	C ₁
	Yd5					$\frac{\sqrt{3}N_A}{N_B}$	C ₂
	Yz5					$\frac{2N_A}{\sqrt{3}N_B}$	C ₃
180°	Dd6					$\frac{N_A}{N_B}$	B ₁
	Yya					$\frac{N_A}{N_B}$	B ₂
	Dz6					$\frac{2N_A}{3N_A}$	B ₃
-30°	Dy11					$\frac{N_A}{\sqrt{3}N_B}$	D ₁
	Yd11					$\frac{\sqrt{3}N_A}{N_B}$	D ₂
	Yz11					$\frac{2N_A}{\sqrt{3}N_B}$	D ₃

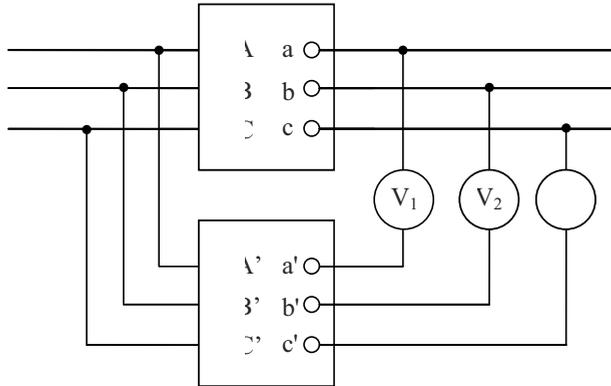


Figura 3.16. Conexión a efectuar para verificar la correcta conexión en paralelo.

3.7 Transformador en el catálogo

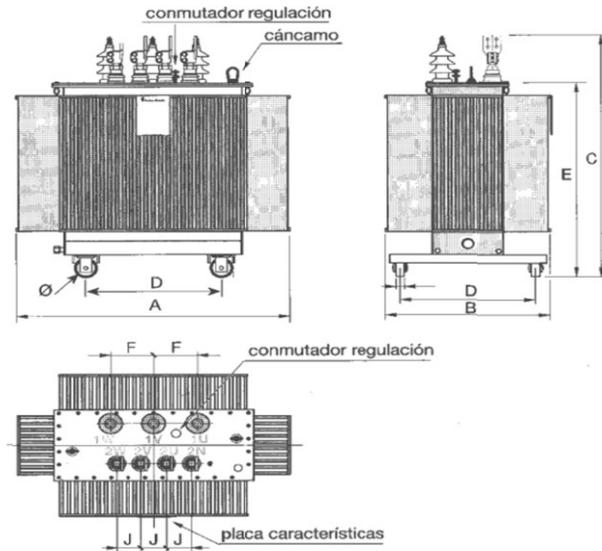
En este apartado se trata de ver, como se nos presenta finalmente a nuestro transformador, a través de los catálogos de diferentes fabricantes.

Características eléctricas para el material hasta 24 kV de aislamiento

Potencia asignada (kVA)	50	100	160	250	400	630	800	1.000	1.250	1.600	2.000	2.500	
Tensión primaria asignada	de 6 kV hasta límite máximo de 24 kV incluida regulación												
Tensión secundaria	32												
Pérdidas (W)	en vacío	145	260	375	530	750	1.030	1.200	1.400	1.730	2.200	2.640	3.200
	por carga a 75 °C	1.100	1.750	2.350	3.250	4.600	6.500	8.340	10.500	13.210	17.000	21.220	26.500
Tensión de cortocircuito (%)	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6	6	
Caída de tensión a plena carga	cos φ = 1	2,26	1,81	1,54	1,37	1,22	1,10	1,21	1,22	1,23	1,23	1,23	
	cos φ = 0,8	3,77	3,57	3,43	3,33	3,25	3,18	4,46	4,47	4,48	4,48	4,48	
Rendimiento	carga 100%	cos φ = 1	97,55	98,03	98,33	98,51	98,68	98,82	98,82	98,82	98,82	98,81	98,82
		cos φ = 0,8	96,98	97,55	97,92	98,15	98,36	98,53	98,53	98,53	98,53	98,52	98,53
	carga 75%	cos φ = 1	98,00	98,37	98,61	98,76	98,90	99,02	99,03	99,04	99,03	99,03	99,04
		cos φ = 0,8	97,52	97,97	98,26	98,45	98,63	98,78	98,79	98,80	98,79	98,79	98,80
	carga 50%	cos φ = 1	98,35	98,62	98,81	98,94	99,06	99,16	99,19	99,20	99,20	99,20	99,21
		cos φ = 0,8	97,94	98,29	98,52	98,68	98,83	98,96	98,98	99,00	99,00	99,00	99,02
	carga 25%	cos φ = 1	98,32	98,54	98,71	98,84	98,97	99,10	99,15	99,18	99,19	99,19	99,21
		cos φ = 0,8	97,91	98,19	98,40	98,55	98,72	98,87	98,94	98,98	98,99	98,99	99,02
	Ruido dB (A)	potencia acústica Lwa	50	54	57	60	63	65	66	68	69	71	73

Estas características hacen referencia a transformadores con una sola tensión en primario y secundario. Otras tensiones bajo pedido.

Figura 3.17. Hoja de características eléctricas de transformadores de distribución (Schneider Electric).



Potencia asignada (kVA)	50	100	160	250	400	630	800	1.000	1.250	1.600	2.000	2.500
A	900	1.060	1.180	1.005	1.094	1.444	1.509	1.894	1.774	1.894	2.004	2.200
B	540	670	790	899	924	959	1.019	1.024	1.174	1.174	1.334	1.350
C	1.220	1.270	1.360	1.386	1.551	1.651	1.776	1.757	1.920	2.005	1.995	2.185
D	520	520	520	670	670	670	670	670	820	820	820	1.070
E	840	890	970	1.006	1.171	1.271	1.396	1.377	1.540	1.625	1.615	1.800
F	275	275	275	275	275	275	275	275	275	275	275	275
∅	125	125	125	125	125	125	125	125	200	200	200	200
Ancho llanta	40	40	40	40	40	40	40	40	70	70	70	70
J	80	80	80	150	150	150	150	150	150	200	200	200
Peso total (kg)	460	660	900	1.050	1.380	1.840	2.350	2.630	3.100	3.700	4.290	5.420
Volumen líquido (l)	120	170	240	268	339	439	598	598	847	980	1.099	1.279
Peso líquido (kg)	103	146	206	233	295	382	520	520	737	853	955	1.100
Peso desencubar (kg)	240	350	490	620	810	1.090	1.320	1.480	1.620	1.870	2.180	3.400

Para transformadores en baño de sílica (KNAN), consultar dimensiones y pesos.

Figura 3.18. Hoja de dimensiones y pesos de transformadores de distribución, y esquema asociado (Schneider Electric).

Tensión mas elevada para el material ≤24 kV												
Baja Tensión B2 420 V												
Potencia (kVA)	50	100	160	250	400	630	800	1000	1250	1600	2000	2500
Pérdidas en vacío (W ₀)	190	320	460	650	930	1300	1550	1700	2130	2600	3100	3800
Pérdidas en carga (W _c) a 75°C	1100	1750	2350	3250	4600	6500	8100	10500	13500	17000	20200	26500
Tensión de cortocircuito % a 75°C	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6	6
Rendimiento con cos φ=1 4/4 P.C.	97,48	97,97	98,27	98,46	98,64	98,78	98,81	98,79	98,77	98,79	98,84	98,80
3/4 P.C.	97,89	98,29	98,53	98,70	98,84	98,96	99,00	99,00	98,97	99,00	99,04	99,01
2/4 P.C.	98,17	98,51	98,70	98,84	98,98	99,07	99,12	99,14	99,13	99,16	99,18	99,18
1/4 P.C.	97,97	98,31	98,51	98,65	98,80	98,93	98,98	99,07	99,06	99,09	99,14	99,13
Rendimiento con cos φ=0,8 4/4 P.C.	96,88	97,48	97,85	98,09	98,30	98,47	98,52	98,50	98,46	98,50	98,56	98,51
3/4 P.C.	97,37	97,87	98,17	98,37	98,56	98,70	98,75	98,75	98,72	98,76	98,80	98,77
2/4 P.C.	97,73	98,14	98,38	98,56	98,72	98,84	98,91	98,93	98,91	98,95	98,98	98,97
1/4 P.C.	97,48	97,90	98,14	98,32	98,50	98,66	98,73	98,84	98,82	98,87	98,92	98,92
Caida de Tensión a plena carga cos φ=1	2,26	1,81	1,54	1,37	1,22	1,10	1,18	1,22	1,25	1,23	1,18	1,23
Caida de Tensión a plena carga cos φ=0,8	3,77	3,58	3,43	3,33	3,25	3,18	4,44	4,47	4,49	4,48	4,44	4,48
Nivel de Ruido, Potencia acustica dB(A)	52	56	59	62	65	67	68	68	70	71	73	76

P.C. = Plena carga

Figura 3.19. Hoja de características eléctricas de transformadores de distribución (Alkargo, S. Coop).

Tensión más elevada para el material ≤24 kV.													
Baja Tensión B2 420V.													
Potencia.	KVA	50	100	160	250	400	630	800	1000	1250	1600	2000	2500
Longitud. (mm)	A	870	950	1170	1240	1440	1540	1740	1860	1920	1860	2040	2100
Anchura. (mm)	B	720	720	720	870	870	960	1040	1120	1120	1100	1160	1350
Altura. (mm)	C	1270	1310	1350	1440	1490	1490	1560	1640	1810	1990	2005	2055
Diametro Rueda. (mm)	D	125	125	125	125	125	125	125	125	200	200	200	200
Entre ejes. (mm)	E	520	520	520	670	670	670	670	670	820	820	820	1070
Espesor rueda (mm)	F	40	40	40	40	40	40	40	40	70	70	70	70
Altura libre (mm)	G	35	35	35	35	35	35	35	35	45	45	45	45
Altura de Aisladores de BT (mm)	H	125	125	125	175	175	275	275	325	325	355	355	355
Separación de Aisladores de BT (mm)	J	80	80	80	150	150	150	150	150	150	200	200	200
Altura de Aisladores de AT (mm)	K	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385
Separación de Aisladores de AI (mm)	L	275	275	275	275	275	275	275	275	275	275	275	275
Peso líquido aislante:	Kg.	115	120	175	235	260	310	460	490	640	830	1030	1170
Volumen líquido aislante	l.	128	134	195	262	290	346	485	547	715	927	1150	1300
Peso total	Kg.	460	590	810	1040	1410	1670	2240	2640	3330	3910	4850	5500

Figura 3.20. Hoja de dimensiones y pesos de transformadores de distribución (Alkargo, S. Coop).

CARACTERÍSTICAS ELÉCTRICAS							
POTENCIA EN kVA*			1250	1600	2000	2500	
Pérdidas debidas a la carga a 75° C (P _c)		(W)	13.500	17.000	21.200	26.500	
Pérdidas en vacío 100% Ur (P ₀)		(W)	2.130	2.600	3.100	3.800	
Nivel de potencia acústica (L _{WA})		dB(A)	70	71	73	76	
Impedancia de cortocircuito a 75° C		(%)	6	6	6	6	
CORRIENTE EN VACÍO		100% Ur	(%)	1,2	1,1	1,0	0,9
		110% Ur	(%)	3,0	2,5	2,4	2,3
RENDIMIENTO (%)	CARGA 100%	COS φ = 1		98,77	98,79	98,80	98,80
		COS φ = 0,8		98,46	98,49	98,50	98,51
	CARGA 75%	COS φ = 1		98,77	99,00	99,01	99,01
		COS φ = 0,8		98,72	98,75	98,76	98,77
	CARGA 50%	COS φ = 1		99,13	99,15	99,17	98,17
		COS φ = 0,8		98,91	98,94	98,96	98,97
CAÍDA DE TENSION %	CARGA 100%	COS φ = 1		1,25	1,24	1,23	1,23
		COS φ = 0,8		4,49	4,48	4,47	4,47

Figura 3.21. Hoja de características eléctricas de transformadores de distribución (Gedelsa).

Ejercicio de aplicación 3.11

Partimos de un transformador trifásico estrella-triángulo, de 100 MVA, 200/135 kV, del que se conoce:

$$\varepsilon_{cc} = u_{cc}(\%) = 13,5\% \text{ y } \varepsilon_{Rcc} = u_{Rcc}(\%) = 0,35\%$$

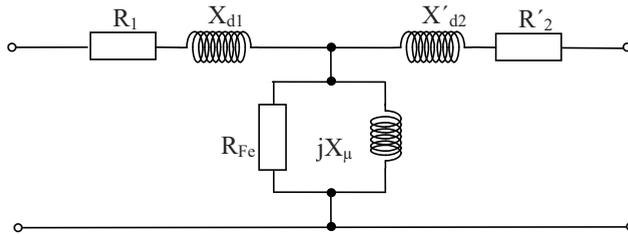
$$P_{Fe} = 100 \text{ kW } (0,1\%) \text{ y } P_{Cu} = 330 \text{ kW } (0,33\%)$$

$$I_o = 26 \text{ A.}$$

Define el modelo equivalente del transformador.

Solución:

Lo que hay que en definitiva llevar a cabo es definir todos los valores de los parámetros del circuito adjunto.



En primer lugar definiremos la caída de tensión porcentual en la reactancia de cortocircuito (ε_{Xcc}):

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{13^2 - 0,35^2} = 12,99\%$$

Calcularemos la intensidad nominal, entendiéndose ya que no se nos dice nada en sentido contrario, que los datos obtenidos del ensayo de cortocircuito son para valores nominales.

$$I_{1n} = \frac{100 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 10^3} = 263 \text{ A}$$

Para definir los valores de la rama transversal, necesito obtener las componentes, I_{Fe} e I_{μ} .

$$\cos \varphi_o = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3} \cdot U_{1n} \cdot I_o} = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 10^3 \cdot 26} = 0,01$$

$$I_{Fe} = I_o \cdot \cos \varphi_o = 26 \cdot 0,01 = 0,26 \text{ A}$$

$$I_{\mu} = I_o \cdot \text{sen}(\arccos 0,01) = 26 \cdot 1 \approx 26 \text{ A}$$

Ya estamos en disposición de calcular, R_{Fe} e X_{μ} .

$$R_{Fe} = \frac{U_{1n, simple}}{I_{Fe}} = \frac{220 \cdot 10^3}{\frac{\sqrt{3}}{0,26}} = 488527,15 \Omega$$

$$X_{\mu} = \frac{U_{1n, simple}}{I_{\mu}} = \frac{220 \cdot 10^3}{\frac{\sqrt{3}}{26}} = 4885,27 \Omega$$

A continuación vamos a definir a partir de los valores del ensayo de cortocircuito los valores R_{cc} e X_{cc} .

$$\varepsilon_{Rcc} = u_{Rcc} (\%) = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n, simple}} \cdot 100 \Rightarrow R_{cc} = \frac{\varepsilon_{Rcc} \cdot U_{1n, simple}}{I_{1n} \cdot 100} = \frac{0,35 \cdot 220 \cdot 10^3}{263 \cdot 100} = 1,69 \Omega$$

$$X_{cc} = \frac{\varepsilon_{Xcc} \cdot U_{1n, simple}}{I_{1n} \cdot 100} = \frac{12,99 \cdot 220 \cdot 10^3}{263 \cdot 100} = 62,74 \Omega$$

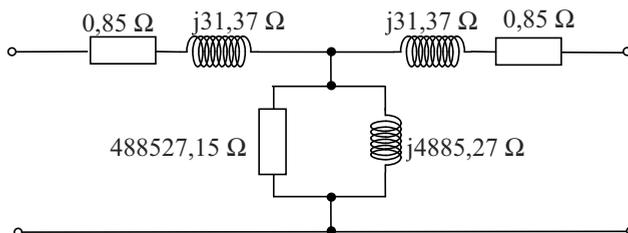
De donde conociendo que:

$$R_1 \cong R'_2 \cong \frac{R_{cc}}{2} \quad y \quad X_{d1} \cong X'_{d2} \cong \frac{X_{cc}}{2}$$

Obtenemos que:

$$R_1 \cong R'_2 \cong \frac{R_{cc}}{2} = \frac{1,69}{2} = 0,85 \Omega$$

$$X_{d1} \cong X'_{d2} \cong \frac{X_{cc}}{2} = \frac{62,74}{2} = 31,37 \Omega$$



Ejercicio de aplicación 3.12

Un transformador trifásico de 275 kVA, 20000/400 V., se ensaya en cortocircuito por el lado de alta tensión. Las indicaciones de los aparatos son: 825 V., 7,94 A. y 4050 W.

En el ensayo de vacío, a la tensión nominal, el consumo resulta ser de 675 W. Calcular:

a) Rendimiento a 3/4 de plena carga con factor de potencia 0,85, y b) Rendimiento máximo con igual factor de potencia.

Solución:

a) Lo primero que hay que hacer es comprobar si las lecturas de los aparatos se han realizado a plena carga o no. Para ello, se calculará en primer lugar la intensidad nominal.

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{275000}{\sqrt{3} \cdot 20000} = 7,94 \text{ A}$$

Por tanto, el ensayo de cortocircuito, se ha realizado a plena carga, el rendimiento será:

$$\eta = \frac{c \cdot P_{n2}}{c \cdot P_{n2} + P_o + c^2 \cdot P_{cc}} = \frac{c \cdot P_{n2}}{c \cdot P_{n2} + P_o + P'_{cc}}$$

$$P_2 = \frac{3}{4} \cdot S_n \cdot \cos \varphi_2 = \frac{3}{4} \cdot 275000 \cdot 0,85 = 175312,5 \text{ W}$$

Las pérdidas de cortocircuito a 3/4 de la carga pueden calcularse de dos formas:

$$\frac{P'_{cc}}{P_{cc}} = \frac{\left(275 \cdot \frac{3}{4}\right)^2}{275^2} \Rightarrow P'_{cc} = \frac{4050 \cdot 9}{16} = 2278,12 \text{ W}$$

$$P'_{cc} = c^2 \cdot P_{cc} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 4050 = 2278,12 \text{ W}$$

Por tanto el rendimiento será:

$$\eta = \frac{175,31}{175312,5 + 2,28 + 0,67} = 0,98 = 98,35 \%$$

b) Rendimiento máximo, si no variamos el factor de potencia. En el capítulo 15, se observó que habían dos variables para afectar el rendimiento básicamente, uno el factor de potencia, y la segunda, el índice de carga. Dado que está

fijado el factor de potencia, solamente podremos actuar sobre el índice de carga. Se debe calcular ese índice de carga que hace que las pérdidas de vacío se igualen a las pérdidas de cortocircuito.

$$P_o = c^2 \cdot P_{cc} \Rightarrow 675 = c^2 \cdot 4050 \Rightarrow c = \sqrt{\frac{675}{4050}} = 0,41$$

El rendimiento será:

$$\eta = \frac{0,41 \cdot 275 \cdot 0,85}{0,41 \cdot 275 \cdot 0,85 + 0,67 + 0,67} = 0,98 = 98,62\%$$

Ejercicio de aplicación 3.13

Al someter a un ensayo en cortocircuito a un transformador trifásico de 275 kVA, 12000/400 V., conectado en triángulo-estrella, se ha medida una tensión de cortocircuito entre fases de 610 V y una potencia total de 4075 W cuando circulaba la intensidad nominal por el primario.

Calcular:

a) Las pérdidas en el cobre y el factor de potencia de cortocircuito, b) La tensión porcentual de cortocircuito y sus componentes, c) Tensión compuesta en la carga cuando el transformador trabaje plena carga y con un factor de potencia inductivo de 0,8, d) Rendimiento del transformador en estas condiciones si las pérdidas en el hierro son de 680 W, y, e) La intensidad de cortocircuito accidental por las fases del primario, así como por la línea del mismo.

Solución:

a) Pérdida del cobre o de cortocircuito. Ésta se obtiene directamente a partir de la lectura del vatímetro del ensayo de cortocircuito, ya que se nos informa en el enunciado que se realiza el ensayo con la intensidad nominal.

$$P_{Cu} = P_{cc} = 4075W$$

El factor de potencia lo determinaremos a partir de las lecturas de los diferentes aparatos de medida. Primero, calcularemos la intensidad de línea nominal del primario:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{275000}{\sqrt{3} \cdot 12000} = 13,23 \text{ A}$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} \cdot U_{cc} \cdot I_{1n}} = \frac{4075}{\sqrt{3} \cdot 610 \cdot 13,23} = 0,29 \Rightarrow \varphi_{cc} = 73,05^\circ$$

Como la conexión es en triángulo coincide la tensión con la compuesta.

- b) La tensión de cortocircuito porcentual de cada una de las fases se determina a través de la tensión de cortocircuito medida en una de las fases; al estar en triángulo, la tensión entre fases medida coincide con dicha tensión.

$$u_{cc}(\%) = \varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{610}{12000} \cdot 100 = 5,08 \%$$

$$u_{Rcc}(\%) = \varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 5,08 \cdot 0,29 = 1,47 \%$$

$$u_{Xcc}(\%) = \varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = 5,08 \cdot 0,96 = 4,88 \%$$

- c) Para determinar la tensión en la carga habrá que determinar previamente el coeficiente de regulación -caída porcentual de nuestro transformador-correspondiente. Para ello conocemos el factor de potencia de nuestra carga:

$$\varepsilon = \varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \sin \varphi = 1,47 \cdot 0,8 + 4,88 \cdot 0,6 = 4,1 \%$$

Para calcular la tensión que aparecerá por fase (U_{2s}) en el secundario hay que tener en cuenta la tensión por fase de vacío, $E_{2s} = 400/\sqrt{3} = 230,94V$.

Y se calcula mediante la expresión:

$$\varepsilon = \frac{E_{2s} - U_{2s}}{E_{2s}} \cdot 100 \Rightarrow U_{2s} = E_{2s} - \frac{E_{2s} \cdot \varepsilon}{100} = 230,94 - \frac{230,94 \cdot 4,1}{100} = 221,47V$$

La tensión entre fases en el secundario será entonces:

$$U_{2c} = \sqrt{3} \cdot U_{2s} = \sqrt{3} \cdot 221,47 = 383,6V$$

- d) El rendimiento se calcula mediante la expresión.

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_o + P_{cc}} \cdot 100 = \frac{S \cdot \cos \varphi}{S \cdot \cos \varphi + P_o + P_{cc}} \cdot 100 = \frac{275000 \cdot 0,8}{275000 \cdot 0,8 + 680 + 4075} \cdot 100 = 97,88 \%$$

- e) La intensidad de cortocircuito accidental por fase del primario lo determinamos con la expresión ya conocida:

$$I_{cc(f)} = \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \cdot I_{1n(f)}$$

Para lo cual determinamos primero la intensidad por fase del primario del transformador conectado en triángulo:

$$I_{1n(f)} = \frac{I_{1L}}{\sqrt{3}} = \frac{13,23}{\sqrt{3}} = 7,64 A$$

$$I_{cc(f)} = \frac{100}{5,08} \cdot 7,64 = 150,39 \text{ A}$$

En la línea aparecerá una intensidad de cortocircuito igual a:

$$I_{cc(L)} = \sqrt{3} \cdot I_{cc(f)} = \sqrt{3} \cdot 150,39 = 260,48 \text{ A}$$

En el caso de que el primario del transformador hubiese estado en estrella, las intensidades de línea hubieran coincidido con las fases.

Ejercicio de aplicación 3.14

Un transformador trifásico de 10 MVA, 132/66 kV conexión Dy11 dio los siguientes resultados en los ensayos:

Vacío:	$U=66.000 \text{ V}$	$I_o=4,2 \text{ A}$	$P_o=50 \text{ kW}$
Cortocircuito:	$U_{cc}=8300 \text{ V}$	$I_1=34 \text{ A}$	$P_{cc}=42,5 \text{ kW}$

Calcular:

a) El flujo máximo por columna, sabiendo que el devanado de A.T. tiene 4000 espiras en cada fase, b) Obtener los parámetros del circuito equivalente simplificado –aproximado- referido al lado de A.T., c) Calcular la caída de tensión relativa y la tensión en bornes del secundario cuando alimenta una carga trifásica en estrella de $390+j190 \Omega$ por fase, estando conectado por el lado de A.T. a una red de 132 kV., y d) Calcular el rendimiento del transformador en estas condiciones de carga.

Solución:

- a) Con N_1 (4000 espiras) y asumiendo que $U_1=E_1$ podemos calcular el flujo máximo mediante la siguiente expresión.

$$E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \phi_o$$

$$\phi_o = \frac{E_1}{4,44 \cdot N_1 \cdot f} = \frac{132000}{4,44 \cdot 4000 \cdot 50} = 0,15 \text{ Wb}$$

- b) Obtener los parámetros del circuito equivalente *simplificado* referido al lado de AT. Para ello deberemos trabajar con los valores del ensayo de cortocircuito, lo primero que determinaremos será el factor de potencia de cortocircuito:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} \cdot U_{cc} \cdot I_1} = \frac{42500}{\sqrt{3} \cdot 8300 \cdot 34} = 0,09$$

Hallamos la impedancia de cortocircuito, teniendo en cuenta que está en triángulo la conexión del primario.

$$Z_{cc} = \frac{U_{cc(f)}}{I_{1(f)}} = \frac{U_{cc}}{\frac{I_1}{\sqrt{3}}} = \frac{8300}{\frac{34}{\sqrt{3}}} = 422,82 \Omega$$

Y las componentes de la impedancia serán:

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 422,82 \cdot 0,09 = 38,05 \Omega$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = 422,82 \cdot \sin(\ar \cos 0,09) = 421,1 \Omega$$

c) Calcular la caída de tensión porcentual en nuestro transformador –regulación– y la tensión en bornes del secundario cuando alimenta una carga trifásica en estrella de $390+j190 \Omega$ por fase.

$$\varepsilon = c \cdot (\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \sin \varphi)$$

En este caso, en la expresión se define la presencia del índice de carga, porque habrá que comprobar cuánto vale dicho índice, con la carga conectada definida en el secundario. Pero en primer lugar se definirá las caídas porcentuales en la R_{cc} y en la X_{cc} . Para ello, se deberá comprobar si el ensayo se ha realizado para las condiciones nominales de carga u otras.

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{10000000}{\sqrt{3} \cdot 132000} = 43,73 A$$

Comprobamos que no es así, entonces la lectura del voltímetro no puede tomarse directamente como U_{cc} –llamar la atención que en el apartado b), realmente no sería U_{cc} , sino U'_{cc} , pero esto no condiciona el resultado–.

$$u_{Rcc}(\%) = \varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{R_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{38,05 \cdot 43,73}{132000} \cdot 100 = 1,26\%$$

$$u_{Xcc}(\%) = \varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{X_{cc} \cdot I_{1n}}{U_{1n}} \cdot 100 = \frac{421,1 \cdot 43,73}{132000} \cdot 100 = 13,95\%$$

Con la impedancia de la carga, se determina el ángulo:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_{carga}}{R_{carga}} = \frac{190}{390} = 0,487 \Rightarrow \varphi = 25,97^\circ$$

Determinar el índice de carga del problema, para ello en primer lugar determinaremos cuanto está consumiéndose en nuestra carga:

$$\vec{S}_c = 3 \cdot \frac{U_F^2}{\vec{Z}_F^*} = 8,89 \cdot 10^6 + 4,22 \cdot 10^6 \Rightarrow S_c = 9,84 \cdot 10^6 \text{ kVA}$$

$$c = \frac{S_c}{S_n} = \frac{9,84 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^6} = 0,98$$

Ya estamos en disposición de calcular la caída de tensión porcentual en nuestro transformador.

$$\varepsilon = c \cdot (\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \text{sen } \varphi) = 0,98 \cdot (1,26 \cdot \cos 25,97^\circ + 13,95 \cdot \text{sen } 25,97^\circ) = 7,1\%$$

Para calcular la tensión que aparecerá por fase (U_{2s}) en el secundario hay que tener en cuenta la tensión por fase de vacío, $E_{2s} = 66000/\sqrt{3} = 38105,12V$.

Y se calcula mediante la expresión:

$$\varepsilon = \frac{E_{2s} - U_{2s}}{E_{2s}} \cdot 100 \Rightarrow U_{2s} = E_{2s} - \frac{E_{2s} \cdot \varepsilon}{100} = 38105,12 - \frac{38105,12 \cdot 7,1}{100} = 35399,66V$$

La tensión entre fases en el secundario será entonces:

$$U_{2c} = \sqrt{3} \cdot U_{2s} = \sqrt{3} \cdot 35399,66 = 61314V$$

d) El rendimiento se calcula mediante la expresión, teniendo en cuenta que las condiciones de carga son $c=0,98$.

$$\eta = \frac{c \cdot P_2}{c \cdot P_2 + P_o + c^2 \cdot P_{cc}} \cdot 100 = \frac{c \cdot S \cdot \cos \varphi}{c \cdot S \cdot \cos \varphi + P_o + c^2 \cdot P_{cc}} \cdot 100$$

Como el ensayo de cortocircuito no se ha realizado para la intensidad nominal, debo calcular cuánto vale realmente el P_{cc}

$$P'_{cc} = c^2 \cdot P_{cc} = \left(\frac{I_1}{I_{1n}} \right)^2 \cdot P_{cc} \Rightarrow P_{cc} = \frac{P'_{cc}}{\left(\frac{34}{43,73} \right)^2} = \frac{42500}{\left(\frac{34}{43,73} \right)^2} = 70,3kW$$

$$\eta = \frac{0,98 \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot \cos 25,97}{0,98 \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot \cos 25,97 + 50 \cdot 10^3 + 0,98^2 \cdot 70,3 \cdot 10^3} \cdot 100 =$$

$$\eta = \frac{8,81 \cdot 10^6}{8,81 \cdot 10^6 + 50 \cdot 10^3 + 0,98^2 \cdot 70,3 \cdot 10^3} \cdot 100 = 98,68\%$$

TEMA 4

**MÁQUINAS ELÉCTRICAS
ROTATIVAS.**

PRINCIPIOS GENERALES

TEMA 4. MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS. PRINCIPIOS GENERALES.

4.1 Introducción

Las máquinas eléctricas se han desarrollado en un frenético proceso evolutivo que comienza a mediados del siglo XIX y que aún continúa en la actualidad. Innumerables patentes de conocidos inventores tales como Edison y Tesla entre muchos otros, realizaron contribuciones significativas que lograron eficacia y eficiencia en la conversión electromecánica de energía. Después de todo este proceso las máquinas convencionales presentan características comunes, esquematizadas en la Figura 4.1 que permiten generalizar la descripción matemática de su comportamiento.

- Poseen un eje mecánico a través del cual se realiza el intercambio de energía.
- Tienen una pieza estática o inmóvil denominada estator.
- Disponen de una pieza móvil denominada rotor.
- Generalmente son cilíndricas.
- El flujo en el entrehierro de la máquina es periódico.

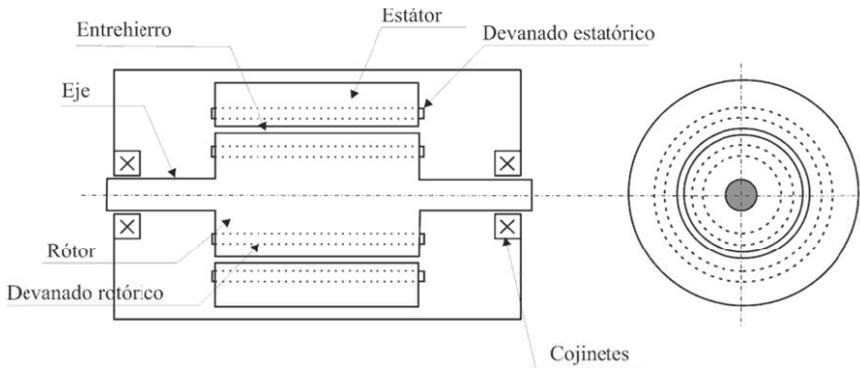


Figura 4.1. Estructura general de las máquinas eléctricas rotativas.

Al estudiar el conductor en presencia de un campo magnético, resulta conveniente para obtener la mayor fuerza eléctrica posible, que el conductor, su velocidad de desplazamiento y el campo magnético se encuentren perpendiculares entre sí. Además, de esta forma la fuerza electromotriz $e(t)$ aparece disponible en el sentido

del conductor. Por ello, la mayor parte de las máquinas eléctricas convencionales son cilíndricas.

En la superficie de revolución del cilindro, se encuentran los conductores dispuestos en forma axial y simétrica. La simetría evita vibraciones en la máquina, pero además es necesario que la corriente se distribuya uniformemente por todos los conductores.

4.2 La máquina rotativa elemental

En este apartado se analizará el comportamiento de la máquina rotativa elemental representada en la Figura 4.2 para obtener las fuerzas electromotrices inducidas, pares electromagnéticos y campos giratorios que en temas posteriores se aplicarán a los distintos tipos de máquinas.

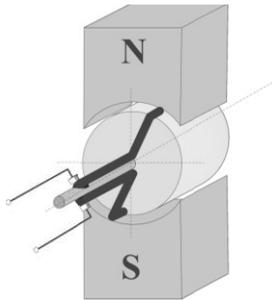


Figura 4.2. Máquina rotativa elemental.

Los extremos de la espira están conectados a dos anillos metálicos que giran solidariamente con ella y hacen contacto con unas escobillas fijas que permiten la unión con un circuito eléctrico externo.

Si se supone el entrehierro constante, el campo magnético producido en él por el devanado de la excitación es constante y las líneas de inducción magnética penetran en el entrehierro y salen de él de forma radial. Ello es así porque se considera que el material ferromagnético tiene una permeabilidad magnética muy superior a la del aire. En la práctica, esto equivale a decir que la permeabilidad magnética del núcleo ferromagnético es infinita.

También se supondrá que fuera de las extensiones polares no existen campos magnéticos (no hay dispersión de flujo).

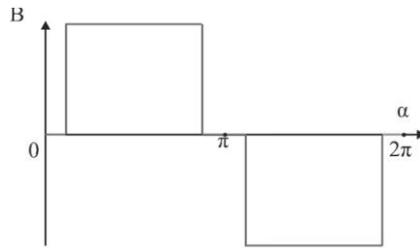


Figura 4.3. Inducción en el entrehierro.

De acuerdo con ello y con la representación gráfica de la inducción B en el entrehierro de la Figura 4.3, el flujo concatenado por la espira diametral, varía según su posición angular y en flujo del casquete elemental de la Figura 4.4 y el flujo total ligado a la espira valen:

$$d\phi = B(\alpha) \cdot l \cdot r \cdot d\alpha$$

$$\phi = \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} B \cdot l \cdot r \cdot d\alpha = B \cdot l \cdot r \cdot (\pi - 2\alpha) \quad (4.1)$$

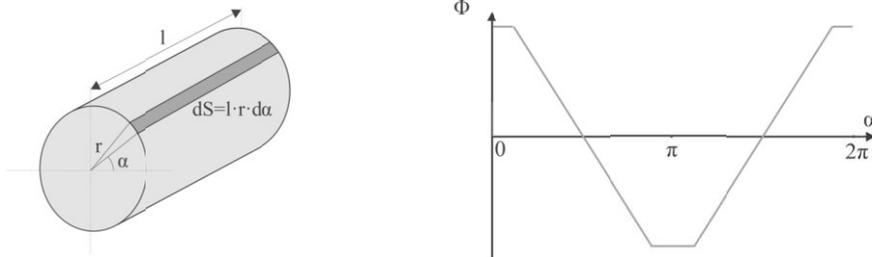


Figura 4.4. Superficie elemental y flujo que concatena la espira.

Si la espira gira con una velocidad angular $\Omega = d\alpha/dt$ radianes por segundo, habrá una variación del flujo concatenado por la misma, y se induce una fuerza electromotriz:

$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -B \cdot l \cdot r \cdot \left(-2 \cdot \frac{d\alpha}{dt}\right) = -2B \cdot l \cdot v \quad (4.2)$$

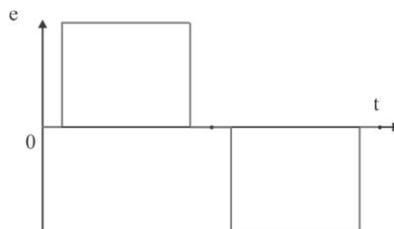


Figura 4.5. Fuerza electromotriz inducida.

A partir de la ley de Biot y Savart aplicada a los dos conductores de la espira que proporciona la fuerza aplicada sobre un elemento de longitud:

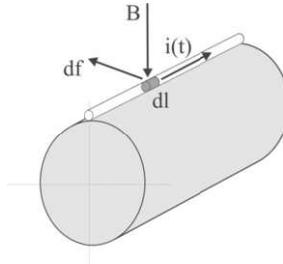


Figura 4.6. Fuerza sobre los conductores.

$$d\vec{f} = i(t) \cdot [d\vec{l} \times \vec{B}] \quad (4.3)$$

El par interno de la máquina se obtiene, teniendo en cuenta que todas las fuerzas elementales son tangenciales y tienen el mismo sentido, y la dada la perpendicularidad entre B y l :

$$T = 2 \cdot r \cdot \int_0^l i(t) \cdot [d\vec{l} \times \vec{B}] = 2 \cdot B \cdot l \cdot i(t) \cdot r \quad (4.4)$$

En este análisis hay un fenómeno que ha quedado implícito: al inducirse una fuerza electromotriz en la espira y circular a través de la misma una corriente, se genera un nuevo campo magnético que altera las condiciones de partida. Es lo que se denomina reacción de inducido. Las relaciones deducidas siguen siendo válidas si el campo B tiene en cuenta tanto el campo inductor como el inducido.

Cuando se analiza la distribución del flujo en la máquina, se observa que en una zona de los 2π radianes, el campo es positivo (el flujo sale de la superficie) y en el resto del cilindro, es negativo (el flujo penetra en la superficie del cilindro). La zona del cilindro en el cual hay salida del flujo se define como polo norte y la región por la cual penetra el flujo a la superficie se define como polo sur.

Las máquinas eléctricas pueden ser diseñadas de tal manera que en el desarrollo de 2π radianes existan varios polos norte y varios polos sur. Como en las máquinas eléctricas cada par de polos se repite exactamente igual, es suficiente analizar el primer par de polos y extender los resultados obtenidos a la totalidad de la máquina. En una máquina con múltiples pares de polos se definen ángulos eléctricos y mecánicos. Los ángulos mecánicos

o ángulos físicos son los que se han utilizado en todo el análisis y son ángulos reales. Para definir los ángulos eléctricos se acota un paso polar de la máquina, es decir la zona comprendida por un par de polos y se define este ángulo mecánico como 2π radianes eléctricos. En la Figura 4.7, se ilustra este concepto con una máquina de dos pares de polos. Entre π radianes mecánicos se definen 2π radianes eléctricos.

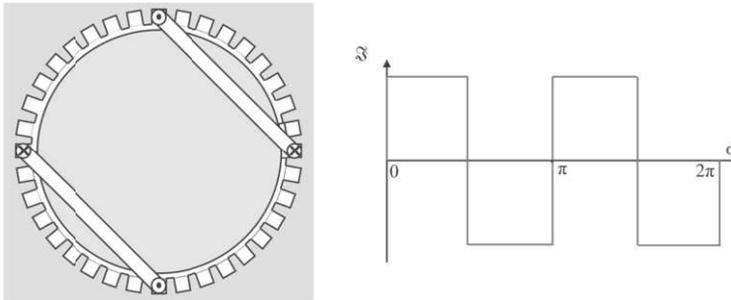


Figura 4.7. Máquina tetrapolar.

Si se define como p el número de pares de polos de la máquina, entonces:

$$\theta_{\text{eléctrico}} = p \cdot \theta_{\text{geomérico}} \quad (4.5)$$

Mediante esta ecuación se puede estudiar la configuración y operación de una parte de la máquina, recordando que en el resto se repite el proceso tantas veces como número de pares de polos p tenga la máquina.

Para calcular el par, es necesario recordar que cada uno de los elementos de repetición produce un par idéntico, por lo tanto, el par en el eje mecánico de la máquina real se calcula como:

$$T_{\text{total}} = p \cdot T_{\text{eléctrico}} \quad (4.6)$$

El rotor y el estator de una máquina deben tener siempre el mismo número de pares de polos, porque en caso contrario no es posible producir par promedio neto diferente de cero. En los análisis de los siguientes apartados, se considera siempre un par de polos extendido a 2π radianes eléctricos. En los casos en que sea necesario, se indicará en las expresiones el número de pares de polos p de la máquina en estudio.

4.3. Máquinas rotativas clásicas. Principales características funcionales y constitución.

4.3.1 Máquinas síncronas

La máquina síncrona es un convertidor electromecánico de energía con una pieza giratoria denominada rotor o campo, cuya bobina se excita mediante la inyección de una corriente continua, y una pieza fija denominada estator o armadura por cuyas bobinas circula corriente alterna (Figura 4.8).

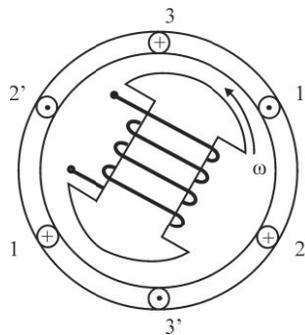


Figura 4.8. Sección de una máquina síncrona de polos salientes.

Las corrientes alternas que circulan por los devanados del estator producen un campo magnético que gira en el entrehierro de la máquina con la frecuencia angular de las corrientes del estator.

El rotor debe girar a la misma velocidad del campo magnético producido en el estator para que el par eléctrico medio pueda ser diferente de cero. Si las velocidades angulares del campo magnético giratorio y del rotor de la máquina síncrona son diferentes, el par eléctrico medio es nulo. Por esta razón a esta máquina se la denomina síncrona: el rotor gira mecánicamente a la misma frecuencia del campo magnético giratorio del estator durante la operación en régimen permanente. Si n es la velocidad del rotor en r.p.m. y p es el número de pares de polos de la máquina, se define la velocidad de sincronismo como:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} \quad (4.7)$$

Para producir fuerza magnetomotriz en el rotor es necesario inyectar corriente en esta bobina mediante una fuente externa. De esta forma se obtienen dos campos

magnéticos que giran a la misma velocidad, uno producido por el estator y otro por el rotor. Estos campos interactúan produciendo par eléctrico medio y se realiza el proceso de conversión electromecánica de energía. Por ello, para evaluar la magnitud del par en una máquina sincrónica partimos de la expresión:

$$T_{estator} = k \cdot F_{rotor} \cdot F_{estator} \cdot \text{sen } \delta \quad (4.8)$$

- k es una constante de proporcionalidad que depende de la geometría de la máquina y de la disposición física de las bobinas.
- F_e es la amplitud de la distribución sinusoidal de la fuerza magnetomotriz del estator.
- F_r es la amplitud de la distribución sinusoidal de la fuerza magnetomotriz del rotor.
- δ es el ángulo entre las amplitudes de las dos fuerzas magnetomotrices, conocido generalmente como *ángulo de carga*.

Las fuerzas magnetomotrices del estator F_e , y del rotor F_r tienen una amplitud constante y para que el par medio resulte constante, es necesario que el ángulo δ entre las dos fuerzas magnetomotrices sea constante en el tiempo durante la operación en régimen permanente. Para lograr esto, las dos fuerzas magnetomotrices deben girar a la misma velocidad angular.

Por la forma constructiva de rotor, las máquinas síncronas se clasifican en máquinas de polos salientes y de polos lisos. La utilización de uno u otro tipo depende fundamentalmente de las velocidades a las que se trabaja.

Generalmente, las máquinas de bajo número de polos (alta velocidad), suelen ser de polos lisos, ocurriendo justamente lo contrario, elevado número de polos (bajas velocidades) en el caso de las máquinas de polos salientes.

Para alimentar el circuito de excitación existen, básicamente, dos procedimientos:

- Mediante el juego de anillos rozantes - escobillas.
- Utilización de un sistema de suministro de c.c. a partir de la generación de la potencia necesaria en una fuente montada sobre el mismo eje de la máquina.

La utilización de la máquina síncrona como generador de corriente alterna está generalizada, siendo el elemento convertidor de uso, prácticamente exclusivo, en los centros de producción de energía eléctrica.

4.3.2 Máquinas de corriente continua

Una máquina de corriente continua está constituida básicamente por un estator, un rotor y un colector acoplado sólidamente al rotor.

El colector permite conectar galvánicamente los conductores del circuito rotórico a la fuente de tensión continua, mediante un juego de escobillas solidarios con el estator de la máquina.

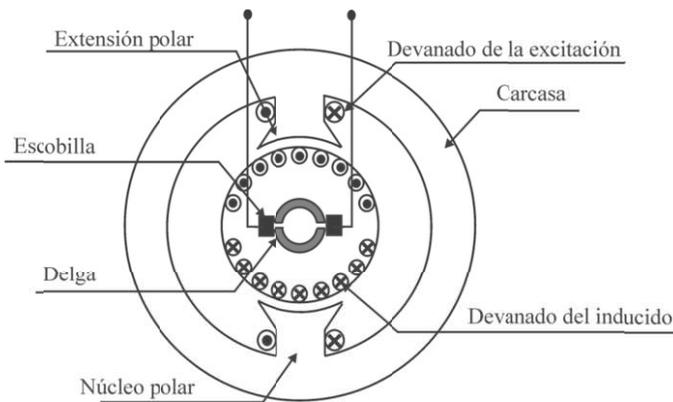


Figura 4.9. Sección transversal de una máquina de C.C. clásica.

El principio de operación de las máquinas de corriente continua se fundamenta en la inyección de corriente continua tanto en el circuito rotórico como estatórico. Estas corrientes producen las fuerzas magnetomotrices F_r en el rotor y F_e en el estator que intentan alinearse. Cuando se alcanza el alineamiento, cesa el par eléctrico. Si en ese preciso instante se invierte el sentido de la corriente inyectada en el circuito rotórico, la fuerza magnetomotriz del rotor cambia de sentido 180° y aparece un nuevo par de alineamiento.

Para invertir el sentido de la fuerza magnetomotriz del rotor se utiliza el colector de delgas que cambia el sentido de circulación de la corriente por el rotor mediante el dispositivo mecánico descrito. La fuerza electromotriz en el inducido y la corriente interna en el circuito rotórico es alterna. La fuerza electromotriz de la fuente de la excitación y la corriente inyectada por la fuente es continua.

La velocidad de la máquina n , el flujo magnético que produce la excitación ϕ y la fuerza electromotriz inducida en el rotor E , están relacionadas mediante la expresión:

$$E = k_E \cdot n \cdot \phi \quad (4.9)$$

Si circula una corriente I por el inducido, el par mecánico interno que aparece en la máquina vale:

$$T = k_T \cdot I \cdot \phi \quad (4.10)$$

Donde k_E y k_T son constantes que dependen de las características del circuito eléctrico que configura el devanado del rotor o inducido, y del número de pares de polos de la máquina.

Generalmente, las máquinas de corriente continua se clasifican según el tipo de excitación en:

- Máquinas con excitación independiente. Obtienen la alimentación del rotor y del estator de dos fuentes de tensión independientes. Este sistema de excitación no se suele utilizar debido al inconveniente que presenta el tener que utilizar una fuente exterior de corriente.

- Máquinas con excitación en derivación. Los devanados inducidos e inductor están conectados en paralelo y alimentados por una fuente común. También se denominan máquinas *shunt*.

- Máquinas con excitación en serie. Los devanados de inducido y el inductor están colocados en serie y alimentados por una misma fuente de tensión.

- Máquinas con excitación compuesta. También llamados *compound*, en este caso el devanado de excitación tiene una parte de él en serie con el inducido y otra parte en paralelo. El arrollamiento en serie con el inducido está constituido por pocas espiras de gran sección, mientras que el otro está formado por un gran número de espiras de pequeña sección.

Aunque el precio de un motor de corriente continua es considerablemente mayor que el de un motor de inducción de igual potencia, existe una tendencia creciente a emplear motores de corriente continua en aplicaciones especiales.

El fácil control de la velocidad y la gran flexibilidad de las características par-velocidad del motor de corriente continua, han hecho que se su campo de acción sea el

correspondiente a máquinas en las que se necesite amplio margen de velocidad y control fino de la misma.

El motor de corriente continua mantiene un rendimiento alto en un amplio margen de velocidades, lo que junto con su alta capacidad de sobrecarga lo hace más apropiado que el de corriente alterna para determinadas aplicaciones sobre todo en pequeñas potencias.

Una última ventaja es la facilidad de inversión de marcha de los motores grandes con cargas de gran inercia, al mismo tiempo que devuelven energía a la línea actuando como generador, lo que ocasiona el frenado y la reducción de velocidad.

4.3.3 Máquinas asíncronas

La máquina asíncrona o de inducción es el convertidor electromecánico más utilizado en la industria. Su invención se le debe a Tesla a finales del siglo XIX y nace como solución al problema de utilizar la corriente alterna. Tesla había sugerido la idea de las ventajas que poseía la corriente alterna, cuyos niveles de tensión pueden ser variados mediante transformadores, sobre la corriente continua cuyas dificultades de transmisión para la época ya comenzaban a ser evidentes. La defensa de la corriente continua era realizada por Edison, famoso inventor norteamericano que contaba con un inmenso prestigio.

Sin embargo, la visión comercial de Whestinghouse impulsa las ideas de Tesla para la construcción de la primera gran central hidroeléctrica que se construye en las Cataratas del Niágara utilizando generadores de corriente alterna, que utilizan transformadores para elevar la tensión, transmiten mediante líneas en alta tensión y la reducen para alimentar a los motores de inducción que accionan la creciente carga industrial. Desde ese crucial momento y hasta la actualidad, la máquina de inducción ha ido copando la inmensa mayoría de aplicaciones en la industria, en el comercio y en el hogar.

Las razones fundamentales que justifican la aplicación masiva de la máquina de inducción hoy en día, residen en su sencillez constructiva y en la robustez que ofrece estos convertidores durante la operación en regímenes de alta sollicitación. Estos motores requieren un mantenimiento mínimo, pueden operar convenientemente en ambientes peligrosos y tienen una tasa de falla muy reducida.

La máquina de inducción se alimenta un sistema polifásico y equilibrado de corrientes, y por el teorema de Ferraris se produce un campo magnético que gira a una velocidad definida por la frecuencia f de las corrientes inyectadas en el estator de la máquina. Esta velocidad se llama "de sincronismo" n_s y para una máquina de p pares de polos vale:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} \quad (4.11)$$

Las bobinas del rotor están sometidas a la acción de un flujo magnético variable y se inducen unas fuerzas electromotrices de rotación en ellas. El devanado del rotor está en cortocircuito, luego estas electromotrices producen la circulación de corrientes en el rotor que, al interactuar con el campo magnético del estator, originan un par en el eje de la máquina.

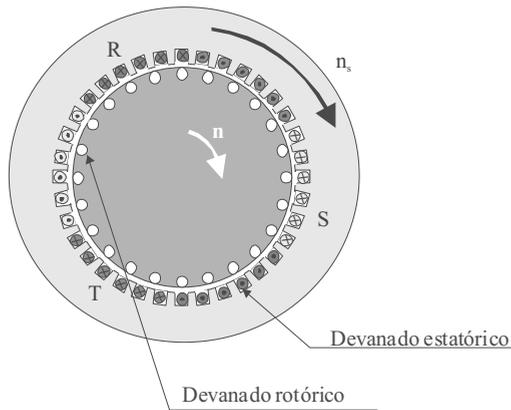


Figura 4.10. Sección transversal de una máquina de inducción.

Por la Ley de Lenz, este par mecánico intentará reducir las variaciones de flujo magnético en el devanado del rotor y, por lo tanto, tratará de hacerlo girar a la misma velocidad que el campo magnético giratorio (ya que las variaciones de flujo en las bobinas del rotor son debidas al movimiento relativo del campo giratorio con respecto al rotor), pero sin conseguirlo nunca, ya que entonces no habría corrientes en el rotor ni, por consiguiente, par en el eje de la máquina. La velocidad de estas máquinas es, pues, ligeramente distinta de la de sincronismo, de ahí su nombre de asíncronas. Por otra parte, las corrientes que circulan por el rotor aparecen por inducción electromagnética, de ahí su otro nombre de máquinas de inducción.

Generalmente, la diferencia entre la velocidad de sincronismo y la del rotor n se expresa a través de lo que se denomina deslizamiento según la expresión:

$$s = n_s - n = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (4.12)$$

El devanado del estator normalmente es trifásico, aunque en máquinas de pequeña potencia también puede ser monofásico o bifásico. El devanado del rotor siempre es polifásico y forma un circuito cerrado por el que circulan corrientes inducidas por el campo magnético. Su constitución es utilizada en general para clasificar las máquinas asíncronas en:

- Máquinas de rotor en jaula de ardilla (Figura 4.11). Una jaula de ardilla es un devanado formado por unas barras alojadas en las ranuras del rotor que quedan unidas entre sí por sus dos extremos mediante sendos aros o anillos de cortocircuito. El número de fases de este devanado depende de su número de barras.

- Máquinas de rotor devanado o de anillos rozantes. El rotor bobinado tiene un devanado trifásico normal cuyas fases se conectan al exterior a través de un colector de tres anillos y sus correspondientes escobillas. En funcionamiento normal estos tres anillos están cortocircuitados, pero durante el arranque se pueden conectar a un circuito externo para modificar las características del par en este proceso.

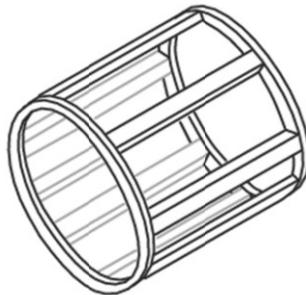


Figura 4.11. Rotor de jaula de ardilla.

Hoy en día se puede decir que más del 80 por 100 de los motores eléctricos industriales emplean este tipo de máquina, trabajando con una frecuencia de alimentación constante.

Sin embargo, históricamente su inconveniente más grave ha sido la limitación para regular su velocidad, y de ahí que cuando esto era necesario, en diversas aplicaciones como

la tracción eléctrica, trenes de laminación, etc., eran sustituidos por motores de corriente continua. Con el desarrollo de la electrónica de potencia y su control a través de microprocesadores, los motores asíncronos se están imponiendo poco a poco en los accionamientos eléctricos de velocidad variable.

La máquina de inducción se utiliza como generador sólo en pocas ocasiones, porque la operación en este régimen no es eficiente en comparación con otras alternativas. Sin embargo, la máquina de inducción puede inyectar energía a la red durante cortos períodos de tiempo en algunos accionamientos convencionales. En particular puede generar cuando se utilizan en sistemas de tracción tales como ascensores u otras cargas similares, con la finalidad de producir un frenado regenerativo.

4.4 Campos magnéticos en el entrehierro de las máquinas rotativas

Los devanados del estator de las máquinas de corriente alterna tienen como función principal la creación de un campo magnético que tenga una distribución espacial en el entrehierro cuya forma que se acerque lo más posible a una senoide. Si la máquina es polifásica, este campo debe además girar en torno al eje de la máquina.

En las máquinas de corriente continua, se desea por el contrario un campo que sea lo más uniforme posible, alternativamente positivo y negativo y de posición fija en el espacio.

En este apartado se va a explicar cómo se obtienen dichos campos, y las implicaciones que tienen en el análisis de los distintos tipos de máquinas.

4.4.1 Campo magnético producido por un devanado monofásico de constitución simétrica

Se establecen las siguientes hipótesis simplificativas que permiten describir los principales fenómenos que tienen lugar en el entrehierro de una máquina rotativa de una manera sencilla:

- La máquina eléctrica elemental que se va a utilizar tiene un estator constituido por chapas magnéticas aisladas entre sí y alberga en su interior cilíndrico hueco, un rotor constituido por chapas magnéticas con la misma disposición. Se supone que no hay pérdidas por corrientes de Foucault ni por procesos de histéresis.
- La permeabilidad magnética de estator y rotor se considera constante.

- La permeabilidad magnética del material de estator y rotor es muy superior a la del vacío, por lo que se considera infinita. No hay dispersión de flujo magnético.
- La anchura del entrehierro es constante y mucho más pequeña que el diámetro de la máquina y se considerará despreciable. El campo magnético en la cara interna del estator valdrá pues lo mismo que el correspondiente a la cara externa del rotor.
- La dimensión radial de los conductores se supone despreciable. No hay efecto pelicular.

4.4.1.1 Tensión magnética de entrehierro creada por una bobina diametral

Suponemos una bobina de N espiras devanada en el estator por la que circula una corriente $i(t)$, según indica la Figura 4.12:

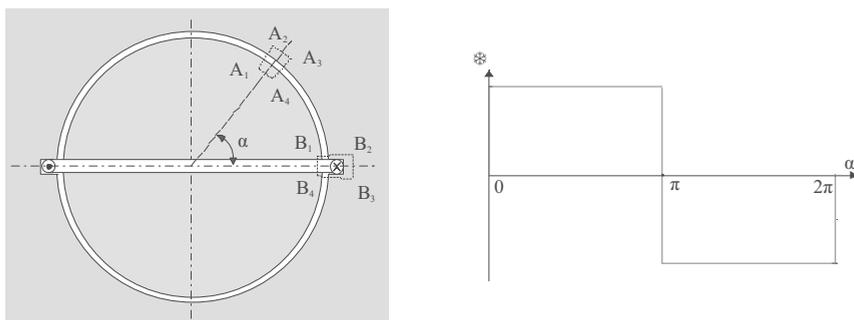


Figura 4.12. Campo magnético producido por una espira diametral.

Aplicando la ley de Ampère al circuito A , como cualquier superficie que se apoye en el mismo no es atravesado por ninguna corriente:

$$\oint_A \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (4.13)$$

Si se tienen en cuenta las hipótesis simplificativas enunciadas al principio del apartado, los tramos del circuito magnético que son internos al estator y al rotor tienen una caída de tensión magnética nula (por considerar la permeabilidad infinita):

$$\oint_A \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{A_1}^{A_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{A_2}^{A_3} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{A_3}^{A_4} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{A_4}^{A_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{A_1}^{A_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} - \int_{A_4}^{A_3} \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (4.14)$$

De donde se deduce:

$$\int_{A_1}^{A_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{A_4}^{A_3} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mathfrak{S}_N \quad (4.15)$$

Esta relación implica que el valor del campo permanece constante en el espacio, mientras no haya conductores activos en una determinada posición angular. Además, por la simetría que presenta el devanado, se concluye que en el polo norte y en el sur, el campo magnético tendrá el mismo valor, pero con signos opuestos:

$$\mathfrak{S}_S = -\mathfrak{S}_N \quad (4.16)$$

Aplicando la ley de Ampère al circuito B y aplicando las mismas hipótesis simplificativas:

$$\oint_B \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{B_1}^{B_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} - \int_{B_4}^{B_3} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mathfrak{S}_N - \mathfrak{S}_S = 2 \cdot \mathfrak{S}_N = N_e \cdot i(t) \quad (4.17)$$

Luego:

$$\mathfrak{S}_N = \frac{1}{2} N_e \cdot i(t) \quad (4.18)$$

Es por ello que en el entrehierro, el campo magnético tiene una forma de onda cuadrada representada en la Figura 4.12.

Para una máquina multipolar, una espira diametral es la que abarca, entre sus conductores activos un ángulo de π radianes *eléctricos*. En este caso, en vez de utilizar el número de espiras por bobina N_e se utiliza el número de espiras en serie correspondientes a un par de polos N_s/p .

Cuando trabajamos con máquinas de corriente alterna, interesa que el campo magnético en el entrehierro sea senoidal. Si se desarrolla en serie de Fourier la función que define la forma de onda que produce una bobina diametral para una máquina con p , pares de polos, se tiene:

$$\mathfrak{S}(t) = \frac{4}{\pi} \frac{N_s}{2p} i(t) \left[\text{sen } \alpha + \frac{1}{3} \text{sen} 3\alpha + \frac{1}{5} \text{sen} 5\alpha + \frac{1}{7} \text{sen} 7\alpha + \dots \right] \quad (4.19)$$

Para poder reducir el valor de las componentes armónicas, buscando una forma de onda senoidal, se utilizan varias técnicas: la utilización de parejas de bobinas de paso acortado, la distribución uniforme de bobinas y la inclinación de las ranuras.

4.4.1.2 Tensión magnética de entrehierro creada por una pareja de bobinas de paso acortado.

Si se devana una bobina de forma que sus conductores activos abarquen un ángulo menor de π radianes (lo que define como bobina de paso acortado), se aplica la ley de Ampère de forma análoga a la del anterior apartado, y se tiene en cuenta que el mismo flujo magnético debe atravesar superficies distintas en el polo norte y en el sur se obtiene:

$$\begin{aligned} \phi &= B_N \cdot S_N = -B_S \cdot S_S \\ B_N &= -B_S \cdot \frac{S_S}{S_N} = -B_S \cdot \frac{r \cdot l \cdot \alpha_S}{r \cdot l \cdot \alpha_N} = -B_S \cdot \frac{\pi + 2\beta}{\pi - 2\beta} \\ \mathfrak{S}_S &= -\mathfrak{S}_N \cdot \frac{\alpha_N}{\alpha_S} = -\mathfrak{S}_N \cdot \frac{\pi - 2\beta}{\pi + 2\beta} \\ \mathfrak{S}_N - \mathfrak{S}_S &= \mathfrak{S}_N \left(1 + \frac{\pi - 2\beta}{\pi + 2\beta} \right) = N_e \cdot i(t) \\ \mathfrak{S}_N &= \frac{\pi + 2\beta}{2\pi} N_e \cdot i(t); \quad \mathfrak{S}_S = -\frac{\pi - 2\beta}{2\pi} N_e \cdot i(t) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Donde 2β es el ángulo de acortamiento de paso de la bobina. Se observa que, al ser la forma de onda asimétrica respecto del eje de abscisas, la descomposición en serie de Fourier proporciona componentes armónicas de orden par y de orden impar.

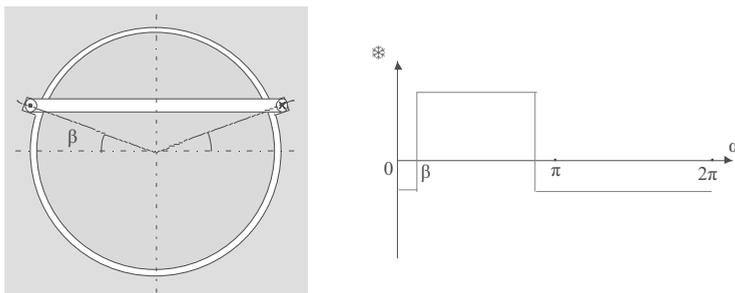


Figura 4.13. Bobina de paso acortado y su campo magnético en el entrehierro.

Si se emplaza otra bobina de paso acortado en una posición simétrica respecto de la anterior, el resultado es el que muestra la Figura 4.14 y su descomposición en serie de Fourier es:

$$\mathfrak{S}(t) = \frac{4}{\pi} \frac{N_s}{2p} i(t) \left[\cos \beta \cdot \text{sen} \alpha + \frac{1}{3} \cos 3\beta \cdot \text{sen} 3\alpha + \frac{1}{5} \cos 5\beta \cdot \text{sen} 5\alpha + \frac{1}{7} \cos 7\beta \cdot \text{sen} 7\alpha + \dots \right] \quad (4.21)$$

El peso relativo de los armónicos depende del acortamiento de paso por lo que buscando valores que hagan disminuir los armónicos de más peso (los de menor orden correspondientes al 3^{er}, 5^o, 7^o, 9^o armónicos), la forma de onda se acercará más a la senoide que buscamos.

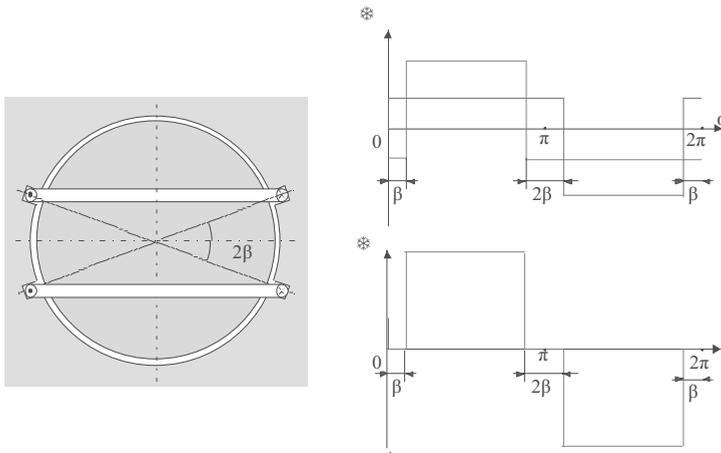


Figura 4.14. Pareja de bobinas de paso acortado y su campo magnético e en el entrehierro individual y conjunto.

Si se compara, armónico a armónico, el valor del campo magnético de entrehierro de la pareja de bobinas de paso acortado con el correspondiente a la bobina diametral se tiene que:

$$\frac{\mathfrak{F}_{a,h}(t)}{\mathfrak{F}_h(t)} = \cos(h\beta) \quad (4.22)$$

Se puede entonces deducir que, armónico a armónico, una pareja de bobinas con N_s/p espiras en serie por cada par de polos, se comporta desde el punto de vista del campo magnético de entrehierro generado para el armónico considerado, como una bobina diametral con un número de espiras igual a $N_s/p \cdot \cos(h\beta)$. A esa nueva bobina la denominamos bobina diametral equivalente.

4.4.1.3 Tensión magnética de entrehierro creada por grupo de bobinas diametrales uniformemente distribuidas.

Si devanamos un grupo de q bobinas diametrales de forma que la separación entre ellas es constante e igual a un ángulo γ , el campo magnético en el entrehierro es el mostrado

en la Figura 4.15. Su descomposición en serie de Fourier también nos lleva a la conclusión de que eligiendo correctamente el valor de los parámetros de la distribución se reduce el valor relativo de los armónicos de menor orden:

$$\mathfrak{S}(t) = \frac{4 N_s}{\pi 2p} i(t) \left[\frac{\text{sen}\left(q \cdot \frac{\gamma}{2}\right)}{q \cdot \text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \cdot \text{sen} \alpha + \frac{1}{3} \frac{\text{sen}\left(3q \cdot \frac{\gamma}{2}\right)}{q \cdot \text{sen}\left(3 \cdot \frac{\gamma}{2}\right)} \cdot \text{sen} 3\alpha + \frac{1}{5} \frac{\text{sen}\left(5q \cdot \frac{\gamma}{2}\right)}{q \cdot \text{sen}\left(5 \cdot \frac{\gamma}{2}\right)} \cdot \text{sen} 5\alpha + \dots \right] \quad (4.23)$$

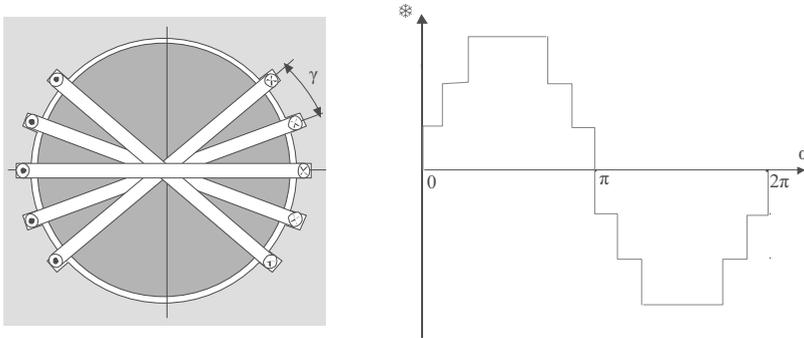


Figura 4.15. Bobinas uniformemente distribuidas y su campo magnético en el entrehierro individual.

Comparando, armónico a armónico, el valor del campo magnético de entrehierro de la distribución de bobinas con el correspondiente a la bobina diametral se tiene que:

$$\frac{\mathfrak{S}_{a,h}(t)}{\mathfrak{S}_h(t)} = \frac{\text{sen}\left(hq \cdot \frac{\gamma}{2}\right)}{q \cdot \text{sen}\left(h \cdot \frac{\gamma}{2}\right)} \quad (4.24)$$

En este caso, para un armónico de orden h , una distribución uniforme de bobinas con N_s/p espiras se comporta como una bobina diametral con un número de espiras:

$$\frac{N_s \cdot \text{sen}\left(hq \cdot \frac{\gamma}{2}\right)}{P \cdot q \cdot \text{sen}\left(h \cdot \frac{\gamma}{2}\right)} \quad (4.25)$$

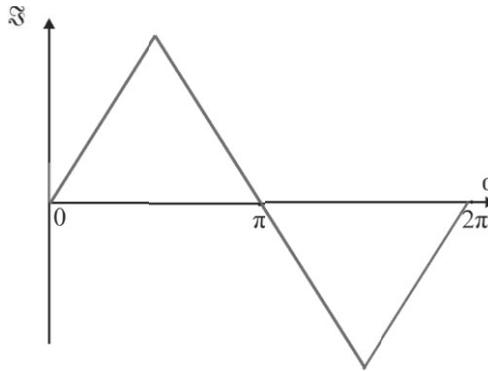
Ejercicio de aplicación 4.1

El inducido de una máquina de continua, tiene una distribución de corrientes como la que se muestra en la figura. ¿Cómo será la fuerza magnetomotriz en el entrehierro que produce?

Solución:



Si se supone una distribución uniforme de conductores en todo el paso polar, y un número de conductores muy elevado, la forma de la onda de fuerza magnetomotriz es triangular:



4.4.1.4 El caso general. Pares de bobinas de paso acortado uniformemente distribuidas. Concepto de bobina diametral equivalente

En el caso general, para conseguir una forma de onda lo más senoidal posible, se utilizan parejas de bobinas de paso acortado uniformemente distribuidas, como indica la Figura 4.16.

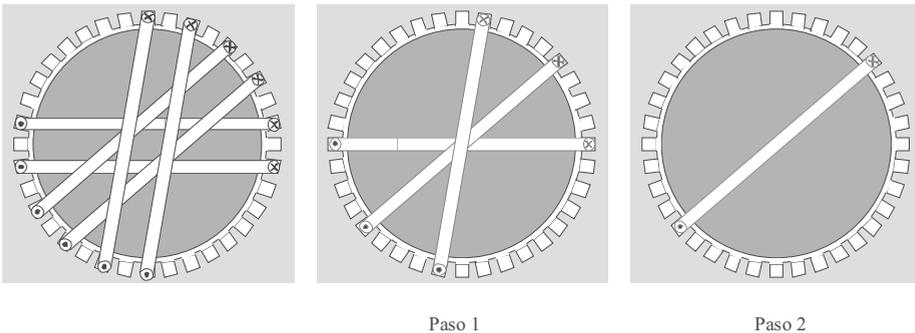


Figura 4.16.

Para determinar el valor de cada armónico del campo magnético en el entrehierro de un devanado arbitrario (con la única condición de ser simétrico), primero se determina la bobina diametral equivalente al devanado completo. Para ello, se procede de la siguiente forma:

- Paso 1: cada bobina de paso acortado es sustituida por su diametral equivalente. El resultado que se obtiene es un grupo de bobinas uniformemente distribuidas.
- Paso 2: se obtiene la bobina diametral equivalente a la distribución. El resultado es una única bobina situada en el eje de simetría del devanado original.

El número de espiras en serie por cada par de polos de la bobina diametral equivalente valdrá:

$$\frac{N'_s}{p} = \frac{N_s}{p} \cdot \cos(h\beta) \cdot \frac{\text{sen}\left(hq \cdot \frac{\gamma}{2}\right)}{q \cdot \text{sen}\left(h \cdot \frac{\gamma}{2}\right)} \quad (4.26)$$

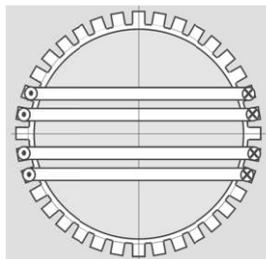
El valor del campo magnético en el entrehierro, para el armónico de orden h es:

$$\mathfrak{S}_h(t) = \frac{4}{\pi} \frac{N'_s}{p} i(t) \frac{1}{h} \text{sen}(h\alpha) = \frac{4}{\pi} \frac{N_s}{p} \cos(h\beta) \cdot \frac{\text{sen}\left(hq \cdot \frac{\gamma}{2}\right)}{q \cdot \text{sen}\left(h \cdot \frac{\gamma}{2}\right)} i(t) \frac{1}{h} \text{sen}(h\alpha) \quad (4.27)$$

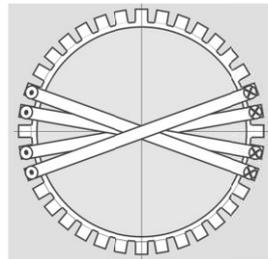
Ejercicio de aplicación 4.2

¿Cuál es la relación entre los armónicos de caída de tensión magnética de entrehierro de los devanados representados en la figura, si el número de espiras en cada posición es el mismo en cada caso, y la corriente de excitación es la misma?

Solución:



A



B

Si se tiene en cuenta que forma de la caída de tensión magnética en el entrehierro únicamente depende de la posición de los conductores, si por ellos pasa la misma corriente, la distribución en el entrehierro del campo magnético será idéntica en ambos casos, por lo que sus armónicos también lo serán:

$$\frac{\mathfrak{S}_{h,p,A}}{\mathfrak{S}_{h,p,B}} = 1$$

Simultáneamente se utiliza otro recurso técnico de efecto similar a la distribución de bobinas. Las ranuras en donde se alojan los conductores no siguen la generatriz del cilindro, sino que tienen cierto grado de inclinación, como se muestra en la Figura 4.17. Esta inclinación se define a través del ángulo α entre la entrada y la salida de la ranura medida sobre un mismo plano.

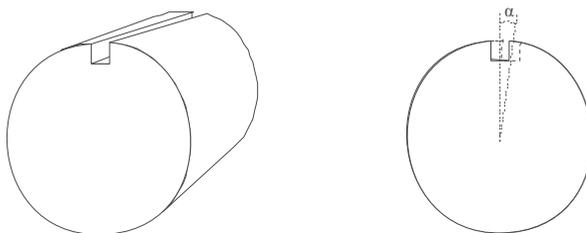


Figura 4.17. Inclinación de ranura.

Este hecho introduce otra variación en los armónicos del campo según:

$$\frac{\mathfrak{S}_{ran,h}(t)}{\mathfrak{S}_h(t)} = \frac{\text{sen}\left(h \cdot \frac{\alpha}{2}\right)}{h \cdot \frac{\alpha}{2}} \quad (4.28)$$

Para simplificar la notación, se denominan factor de acortamiento de paso, factor de distribución, factor de inclinación de ranura y factor de devanado a:

$$\xi_{a,h} = \cos(h\beta) \quad (4.29)$$

$$\xi_{d,h} = \frac{\text{sen}\left(hq \cdot \frac{\gamma}{2}\right)}{q \cdot \text{sen}\left(h \cdot \frac{\gamma}{2}\right)} \quad (4.30)$$

$$\xi_{ran,h} = \frac{\text{sen}\left(h \cdot \frac{\alpha}{2}\right)}{h \cdot \frac{\alpha}{2}} \quad (4.31)$$

$$\xi_h = \xi_{a,h} \cdot \xi_{d,h} \cdot \xi_{ran,h} \quad (4.32)$$

Y el valor del campo magnético para un armónico de orden h , se expresa como:

$$\mathfrak{S}_h(t) = \frac{4 N'_s}{\pi p} i(t) \cdot \frac{1}{h} \text{sen}(h\alpha) = \frac{4 N_s}{\pi p} \xi_h i(t) \cdot \frac{1}{h} \text{sen}(h\alpha) \quad (4.33)$$

Ejercicio de aplicación 4.3

El estator de una máquina trifásica de 8 polos tiene 144 ranuras distribuidas uniformemente. Si se quiere reducir el orden del 5º armónico.

Calcular:

a) El número de ranuras que conviene acortar el paso, b) el factor de acortamiento de paso.

Solución:

El número de ranuras por polo y por fase vale:

$$q = \frac{N_{ranuras}}{N_{polos} \cdot N_{fases}} = \frac{144}{8 \cdot 3} = 6$$

Y el ángulo eléctrico entre ranuras es:

$$\gamma_e = p \gamma_g = 4 \cdot \frac{360}{144} = 10^\circ$$

Para suprimir el 5º armónico:

$$\cos(5 \cdot \beta_e) = 0 \Rightarrow \beta_e = 18^\circ$$

El acortamiento de paso es $2\beta_e$, luego el ángulo óptimo serán 40° correspondientes a 4 ranuras.

El factor de acortamiento de paso vale:

$$\cos(5 \cdot \beta_e) = \cos(5 \cdot 20^\circ) = -0.1736$$

Ejercicio de aplicación 4.4

El estator de una máquina trifásica tetrapolar, tiene 60 ranuras distribuidas uniformemente. Para proporcionar la tensión requerida, se sabe que el número total de espiras por fase debe ser 120. Calcular:

a) Diseñar un posible devanado adecuado para esa máquina a base de bobinas diametrales, b) calcular el factor de distribución para los tres primeros armónicos.

Solución:

El número de ranuras por polo y por fase vale:

$$q = \frac{N_{ranuras}}{N_{polos} \cdot N_{fases}} = \frac{60}{4 \cdot 3} = 5$$

Siendo el ángulo eléctrico entre ranuras:

$$\gamma_e = p \cdot \gamma_g = 2 \cdot \frac{360}{60} = 12^\circ$$

Una alternativa de diseño consiste en utilizar todas las ranuras disponibles devanando 5 bobinas diametrales en serie por cada par de polos, por lo que el número de espiras por cada una de las bobinas vale:

$$N_e = \frac{120}{5 \cdot 2} = 12$$

El factor de distribución para un armónico de orden h vale:

$$\xi_{d,h} = \frac{\text{sen}(q \cdot h \cdot \frac{\gamma_e}{2})}{q \cdot \text{sen}(h \cdot \frac{\gamma_e}{2})}$$

Por lo que:

$$\xi_{d,1} = \frac{\text{sen}\left(5 \cdot 1 \cdot \frac{18}{2}\right)}{5 \cdot \text{sen}\left(1 \cdot \frac{18}{2}\right)} = 0,9567; \quad \xi_{d,3} = \frac{\text{sen}\left(5 \cdot 3 \cdot \frac{18}{2}\right)}{5 \cdot \text{sen}\left(3 \cdot \frac{18}{2}\right)} = 0,6472; \quad \xi_{d,5} = \frac{\text{sen}\left(5 \cdot 5 \cdot \frac{18}{2}\right)}{5 \cdot \text{sen}\left(5 \cdot \frac{18}{2}\right)} = 0,2$$

4.4.2 Campos magnéticos giratorios

Según lo expuesto en el apartado anterior, con un devanado monofásico de constitución simétrica se puede obtener un campo magnético con una distribución espacial cercana a la senoide, siendo la forma de dicho campo, independiente de la naturaleza de la corriente: si ésta última es continua, el campo tendrá un valor constante en cada punto del espacio; si es alterna, el valor en cada punto variará, pero la forma de la onda se

mantendrá (dicho de otra forma, los ejes magnéticos permanecerán invariables en el espacio, pero el valor campo cambiará).

Las máquinas polifásicas necesitan para su funcionamiento un campo de características totalmente opuestas: debe tener un valor fijo, pero su posición espacial debe cambiar girando en torno al eje de la máquina. Para ello, es necesaria la utilización de devanados polifásicos alimentados por un sistema de corrientes también polifásico.

El teorema fundamental de los campos magnéticos giratorios dice que la componente fundamental de la onda de tensión magnética en el entrehierro de una máquina producida por un devanado espacialmente simétrico m -fásico, alimentado por sistema m -fásico de corrientes equilibradas de pulsación ω es una onda de amplitud constante e igual a $m/2$ la amplitud máxima que crearía una única fase, y que gira a una velocidad angular constante con la pulsación ω de las corrientes que lo generan. Se va a demostrar este teorema para sistemas trifásicos por brevedad y porque se ajusta a la mayoría de los casos al tener las máquinas de inducción generalmente este número de fases.

La Figura 4.8 muestra un devanado trifásico dispuesto de forma que las bobinas diametrales equivalentes para el armónico fundamental de cada una de las fases están situadas espacialmente de forma que los ejes magnéticos de los campos que producen están uniformemente distribuidos en toda la circunferencia. En el caso de la máquina trifásica, estarán separadas $2\pi/3$ radianes entre sí.

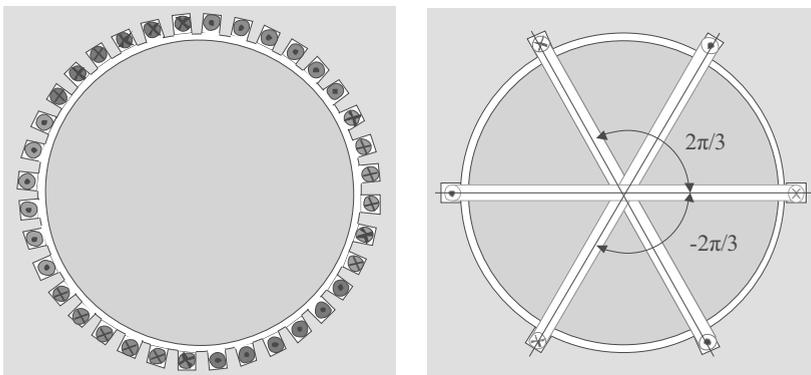


Figura 4.8.

Los campos magnéticos en el entrehierro producidos por cada una de las fases valen:

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_A(t) &= \frac{4 N_s}{\pi 2p} i_A(t) \cdot \text{sen} \alpha \\ \mathfrak{S}_B(t) &= \frac{4 N_s}{\pi 2p} i_B(t) \cdot \text{sen} \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \mathfrak{S}_C(t) &= \frac{4 N_s}{\pi 2p} i_C(t) \cdot \text{sen} \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right)\end{aligned}\quad (4.34)$$

Si las corrientes que alimentan las tres fases forman un sistema equilibrado:

$$i_A(t) = I_{\text{máx}} \cos \omega t \quad (4.35)$$

$$i_B(t) = I_{\text{máx}} \cos (\omega t - 2\pi/3) \quad (4.36)$$

$$i_C(t) = I_{\text{máx}} \cos (\omega t + 2\pi/3) \quad (4.37)$$

Y las caídas de tensión magnéticas en el entre hierro se expresan entonces:

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_A(t) &= \frac{4 N_s}{\pi 2p} I_{\text{máx}} \cos(\omega t) \cdot \text{sen} \alpha \\ \mathfrak{S}_B(t) &= \frac{4 N_s}{\pi 2p} I_{\text{máx}} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \text{sen} \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \mathfrak{S}_C(t) &= \frac{4 N_s}{\pi 2p} I_{\text{máx}} \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \text{sen} \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right)\end{aligned}\quad (4.38)$$

El campo total vale la suma de los tres anteriores:

$$\mathfrak{S}_T(t) = \frac{4 N_s}{\pi 2p} I_{\text{máx}} \left[\cos(\omega t) \cdot \text{sen} \alpha + \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \text{sen} \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \text{sen} \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (4.39)$$

Aplicando la relación trigonométrica:

$$\cos A \cdot \text{sen} B = \frac{1}{2} [\text{sen}(A+B) - \text{sen}(A-B)] \quad (4.40)$$

Se obtiene, como se quería demostrar, que:

$$\mathfrak{S}_T(\alpha, t) = \frac{3}{2} \frac{4 N_s}{\pi 2p} I_{\text{máx}} \text{sen}(\alpha - \omega t) \quad (4.41)$$

Representando gráficamente la función anterior teniendo como variable independiente la posición angular, en distintos instantes de tiempo, así como el fasor

espacial que la representa, de deduce que el eje polar gira a una velocidad constante ω y mantiene su módulo, que son las propiedades que se necesitan para poder obtener un par constante en una máquina de inducción.

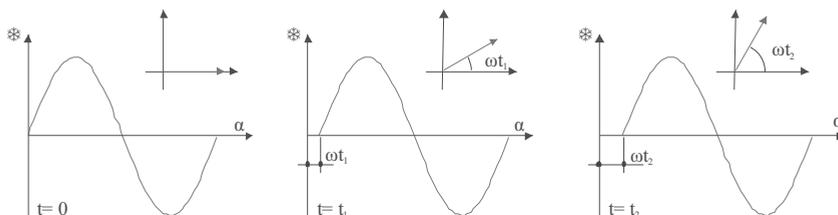


Figura 4.9. Desplazamiento angular del eje magnético.

4.5 Fuerzas electromotrices inducidas en régimen permanente por campos magnéticos giratorios.

Si se establece un campo magnético bipolar en el entrehierro con distribución senoidal. Desplazándose a una velocidad Ω rad/s, una espira diametral cuyo eje magnético forme inicialmente un ángulo ε con el máximo positivo de la onda de inducción, el flujo magnético concatenado por la misma vale:

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \int_{\varepsilon - \frac{\pi}{2}}^{\varepsilon + \frac{\pi}{2}} B(\alpha, t) \cdot r \cdot l \cdot d\alpha = \int_{\varepsilon - \frac{\pi}{2}}^{\varepsilon + \frac{\pi}{2}} \mu_0 H(\alpha, t) \cdot r \cdot l \cdot d\alpha = \int_{\varepsilon - \frac{\pi}{2}}^{\varepsilon + \frac{\pi}{2}} \mu_0 \frac{\mathfrak{I}(\alpha, t)}{\delta} \cdot r \cdot l \cdot d\alpha = \\ &= 2 \cdot \mu_0 \mathfrak{I}_{\max} \cdot \frac{r \cdot l}{\delta} \cdot \cos(\Omega t - \varepsilon) = \phi_{\max} \cdot \cos(\Omega t - \varepsilon) \end{aligned} \quad (4.42)$$

Aplicando la ley de Faraday se obtiene:

$$e(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} = \Omega \phi_{\max} \cdot \text{sen}(\Omega t - \varepsilon) \quad (4.43)$$

Generalizando para un armónico de orden h y para una máquina de p pares de polos:

$$e_{p,h}(t) = -\frac{d\phi_{p,h}(t)}{dt} = p \cdot h \cdot \Omega \cdot \phi_{\max,p,h} \cdot \text{sen}[p \cdot h \cdot (\Omega_{p,h} \cdot t - \varepsilon)] \quad (4.44)$$

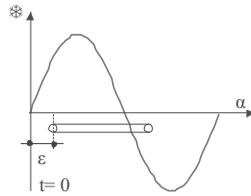


Figura 4.10. Posición inicial de la espira respecto del campo.

Ejercicio de aplicación 4.5

Un motor asíncrono trifásico tetrapolar de rotor devanado tiene las siguientes características para su devanado estatórico: está formado por bobinas de paso acortado dos ranuras uniformemente distribuidas en 36 ranuras, con 228 conductores por fase.

Si se alimenta el estator con un sistema equilibrado de corrientes que pulsan a una frecuencia de 25 H.

Calcular:

a) La frecuencia de las fuerzas electromotrices inducidas en el estator, b) amplitud relativa de las fuerzas electromotrices inducidas en el estator respecto del armónico fundamental.

Solución:

En el estátor se tiene que:

$$q_{est} = \frac{N_{ranuras,est}}{N_{polos} \cdot N_{fases,est}} = \frac{36}{4 \cdot 3} = 3; \quad \gamma_{e,est} = p \cdot \gamma_{g,est} = 2 \cdot \frac{360}{36} = 20^\circ; \quad \beta_{e,est} = 20^\circ$$

$$\xi_{a,h,est} = \cos(h \cdot \beta_{e,est}); \quad \xi_{a,1,est} = 0,9400; \quad \xi_{a,3,est} = 0,5000; \quad \xi_{a,5,est} = -0,174; \quad \xi_{a,7,est} = -0,7660$$

$$\xi_{d,h,est} = \frac{\text{sen}(q \cdot h \cdot \frac{\gamma_e}{2})}{q \cdot \text{sen}(h \cdot \frac{\gamma_e}{2}); \quad \xi_{d,1,est} = 0,9598; \quad \xi_{d,3,est} = 0,6667; \quad \xi_{d,5,est} = 0,2176; \quad \xi_{d,7,est} = -0,1774$$

$$\xi_{h,est} = \xi_{a,h,est} \cdot \xi_{d,h,est}; \quad \xi_{1,est} = 0,9020; \quad \xi_{3,est} = 0,3333; \quad \xi_{5,est} = -0,0387; \quad \xi_{7,est} = 0,1359$$

Como únicamente se está considerando el campo magnético producido en el devanado del estator, la velocidad del campo magnético giratorio es la correspondiente a la pulsación de las corrientes que lo originan.

Como en este caso la frecuencia es 25 Hz, la velocidad angular vale, sea cual sea el orden del armónico, $\omega=2\pi\cdot 25 \text{ rd/s}$, luego la pulsación de la fuerza electromotriz inducida tiene en el tiempo el mismo valor, por lo que los armónicos de campo inducen fuerzas electromotrices que pulsan con la misma frecuencia.

La relación entre las fuerzas electromotrices armónicas respecto del fundamental vale:

$$\frac{E_{h,p}}{E_{1,p}} = \frac{\phi_{h,p} \cdot f_{h,p} \cdot \xi_h}{\phi_{1,p} \cdot f_{1,p} \cdot \xi_1} = \frac{\phi_{h,p} \cdot \xi_h}{\phi_{1,p} \cdot \xi_1} = \frac{1}{h} \frac{\mathfrak{S}_{h,p} \cdot \xi_h}{\mathfrak{S}_{1,p} \cdot \xi_1} = \frac{1}{h^2} \frac{\xi_h \cdot \xi_h}{\xi_1 \cdot \xi_1} = \frac{1}{h^2} \left(\frac{\xi_h}{\xi_1} \right)^2$$

$$\frac{E_{5,p}}{E_{1,p}} = 0,0710^{-3}; \quad \frac{E_{7,p}}{E_{1,p}} = 0,46310^{-3}$$

Nótese que no se ha valorado la fuerza electromotriz inducida para armónicos de orden múltiplo de 3. Esto es porque el campo magnético total para estos armónicos es nulo.

TEMA 5

MÁQUINAS

ASÍNCRONAS

TEMA 5. MÁQUINAS ASÍNCRONAS

5.1 Introducción

Las máquinas de inducción trifásicas o asíncronas, y en particular los motores con rotor tipo jaula de ardilla, son en la actualidad las máquinas eléctricas de mayor aplicación industrial (entre el 80% y 90% de los motores industriales son de inducción trifásicos). La razón de este amplio uso radica principalmente en que este tipo de máquinas son en general de bajo costo de fabricación y mantenimiento, su diseño es compacto obteniendo máxima potencia por unidad de volumen. Además gracias a los avances en electrónica de potencia, los métodos de control son cada vez más sofisticados y precisos lo que permite que, el motor de inducción reemplace al motor de corriente continua en aquellas aplicaciones que requieren un buen control de la velocidad de la máquina.

Normalmente, la máquina asíncrona o de inducción se utiliza como motor, en cuyo caso el funcionamiento básico consiste, como se describió en el tema anterior, en alimentar los devanados del estator mediante una desde una fuente trifásica equilibrada para producir un campo magnético giratorio a cuya velocidad de rotación se le denomina velocidad de sincronismo (n_s). Los devanados rotóricos son concatenados por un flujo que varía en el tiempo por lo que se induce en los mismos una fuerza electromotriz que, según la ley de Faraday, tiende a oponerse a la causa que lo ha originado. Como los devanados rotóricos están cortocircuitados, circula por ellos una corriente que al interactuar con el campo magnético inductor somete a los conductores de los devanados a una fuerza que produce un par de rotación que hace que el rotor intente seguir al campo inductor, pero que no pueda alcanzar su velocidad, porque entonces se anularía la variación de flujo magnético origen del proceso. Es por ello que se denominan máquinas asíncronas.

Además de la aplicación como motor, la máquina de inducción tiene algunas aplicaciones como generador, particularmente dentro de la industria eólica, donde el control sobre la velocidad de giro del campo magnético rotórico permite que la potencia eléctrica generada siga una referencia constante ante cambios razonables del viento.

En el presente tema se estudia con detalle la máquina de inducción analizando su principio de funcionamiento, características constructivas más relevantes y su circuito

equivalente y además la operación de esta máquina para los casos en que el rotor es tipo jaula de ardilla y rotor bobinado.

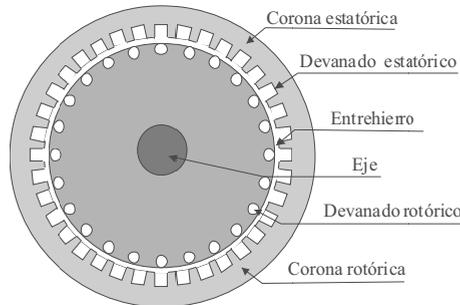


Figura 5.1. Sección de la máquina asíncrona o de inducción.

5.1 Aspectos constructivos

La máquina de inducción según indica la Figura 5.1, está constituida básicamente por:

- Una corona estática de chapas magnéticas generalmente de 0,5 mm de espesor, aisladas eléctricamente entre sí, ranuradas y convenientemente prensadas y sujetas a una carcasa de fundición de hierro, a un marco de acero soldado.

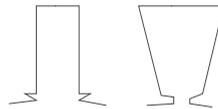


Figura 5.2. Ranuras estáticas.

- Un devanado polifásico distribuido, alojado en el ranurado del paquete estático. Las ranuras del estator normalmente son del tipo semicerrado para reducir la longitud efectiva del entrehierro, lo que implica una menor reluctancia, empleándose las del tipo abierto, de sección rectangular solo en las máquinas de alta tensión.

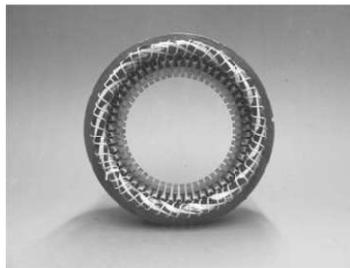


Figura 5.3. Paquete y devanado estático. Fuente: SIREC.

- Una corona rotórica, de chapas magnéticas apiladas directamente sobre el eje en las máquinas pequeñas, o sobre una linterna de acero sujeta al eje, en las máquinas de potencias medias y grandes, ranuradas exteriormente, o cerca de la periferia.

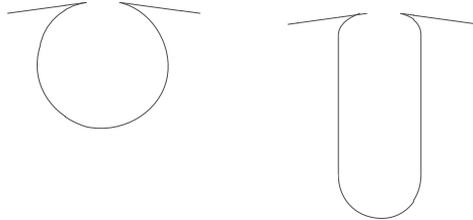


Figura 5.4. Ranuras rotóricas.

- Un devanado polifásico dispuesto en las ranuras del rotor. Este devanado polifásico puede ser similar al del estator, pero normalmente de doble capa, cuyos terminales van conectados a unos anillos colectores de bronce o latón, aislados del eje, en máquinas de rotor bobinado y anillos rozantes, o bien unas simples barras desnudas de cobre, latón, bronce o de aluminio unidas por sus extremidades a unos anillos del mismo metal que las ponen en cortocircuito en las máquinas de jaula de ardilla. Las ranuras del rotor presentan formas aún más diversas a tenor del distinto tipo de devanado que se adopte. Los motores de rotor bobinado, generalmente conectados en estrella, conectan sus terminales a anillos colectores rígidamente unidos al eje, aislados entre sí, sobre los cuales se apoyan unas escobillas de grafito, o metalográficas, y mediante las que se puede actuar sobre el circuito del rotor, generalmente en los procesos de arranque.



Figura 5.5. Paquete rotórico y devanado en jaula de ardilla. Fuente: AEM Dessau GmbH.



Figura 5.6. Rotor devanado. Fuente: SIREC.

- El entrehierro o separación de aire entre las coronas magnéticas estática y rotórica, es lo más reducido posible para evitar un roce mecánico.

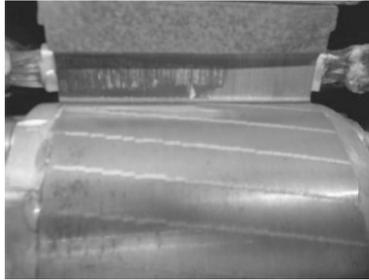


Figura 5.7. Entrehierro de una máquina asíncrona.

El número de ranuras del estator y rotor debe ser distinto, al objeto que la variación de la reluctancia del circuito magnético al girar la máquina por causa de los dientes, sea lo más reducida posible. La coincidencia del número de ranuras podría incluso impedir el arranque de la máquina funcionando como motor, si los dientes se encontrasen enfrentados y la reluctancia sería mínima (cosido magnético de la máquina).



Figura 5.8. Motor asíncrono trifásico (1250 kW, 6 polos, rotor en jaula de ardilla).
Fuente: AEM Dessau GmbH

5.2 Principio de funcionamiento

Las fuerzas electromotrices inducidas en cada fase del rotor formaran un sistema polifásico simétrico y si el devanado está abierto, no darán origen a corriente alguna en el rotor y el funcionamiento será similar al de un transformador. Al cerrar el devanado rotórico en el mismo instante de conectar el devanado estático a la red, las fuerzas electromotrices inducidas en cada una de las fases del rotor determinaran la circulación de corrientes rotóricas, las cuales formaran asimismo un sistema polifásico, cuya onda de fuerza magnetomotriz resultante será giratoria respecto al mismo y que tiene la misma velocidad angular respecto de un sistema de referencia ligado al estator, que la onda de fuerza magnetomotriz resultante de las corrientes inductoras. El sentido de giro de ambas ondas de fuerza magnetomotriz que es también el mismo y en consecuencia sobre el entrehierro actuaran dos ondas de fuerzamagnetomotriz cuya velocidad relativa es nula.

La interacción entre las corrientes inducidas y el flujo magnético en el entrehierro, determina un par de giro sobre el rotor, cuyo sentido tratándose de un motor, será el mismo que tiene el campo magnético rotatorio. En efecto según señala la ley de Faraday, las corrientes inducidas son de sentido tal que tienden siempre a oponerse a la causa que las produce. Al ser motivadas estas corrientes por el movimiento relativo del flujo respecto a los conductores rotóricos, su sentido ha de ser tal que el par determinado por ellas junto con el flujo, trate de oponerse a este movimiento relativo, lo cual exige que aquel tienda a hacer girar el rotor en el mismo sentido del campo magnético.

Cuanto más se aproxime la velocidad del rotor a la del campo magnético más reducida será la velocidad relativa entre ambos y por tanto menores las intensidades de las corrientes inducidas en el rotor, pero es evidente por otra parte, que manteniéndose el giro gracias a la presencia de un par motor, nunca podrá alcanzar el rotor la misma velocidad del flujo, o sea la velocidad de sincronismo, pues en este caso los conductores del rotor dejaran de cortar las líneas de inducción alcanzará como dijimos antes una velocidad inferior a la de sincronismo, cuyo valor depende del par resistente que debe contrarrestar. En vacío, es decir sin carga alguna sobre su eje, esta velocidad es muy próxima a la de sincronismo y prácticamente se admite que sea igual, pero a medida que se incrementa la carga, la velocidad se reduce en la cuantía necesaria para que las corrientes inducidas alcancen el valor que demanda el par. De ahí la denominación de motores asíncronos que reciben,

también estos motores. Con todo, la caída de velocidad de vacío a plena carga es muy reducida, del orden de un 2 a un 5% de la velocidad de sincronismo.

Ejercicio de aplicación 5.1

Se tiene un motor de inducción, trifásico, con rotor bobinado, de tensiones 400/690 V, $f = 50$ Hz, $n = 975$ r.p.m, con $R_e = 0.97 \Omega$ $R'_r = 0.99 \Omega$ y $X_{cc} = 6.21 \Omega$, con $k_r=1/ k_i=0.7$. Si se desprecian las pérdidas mecánicas y el motor se conecta en triángulo.

Calcular:

a) La velocidad de sincronismo y el número de polos, y b) la tensión de línea de la red.

Solución:

Es sabido que la velocidad de sincronismo, expresada en r.p.m., se calcula mediante la expresión:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p}$$

Por lo que, para una frecuencia de 50 Hz se pueden obtener las siguientes velocidades de sincronismo en función del número de pares de polos del motor:

$$p = 1 \rightarrow n_s = 3000 \text{ r.p.m.} \quad p = 4 \rightarrow n_s = 750 \text{ r.p.m.}$$

$$p = 2 \rightarrow n_s = 1500 \text{ r.p.m.} \quad p = 5 \rightarrow n_s = 600 \text{ r.p.m.}$$

$$p = 3 \rightarrow n_s = 1000 \text{ r.p.m.} \quad p = 6 \rightarrow n_s = 500 \text{ r.p.m.}$$

En funcionamiento normal el deslizamiento s es pequeño y la velocidad de giro n es ligeramente inferior a la de sincronismo. Por lo tanto, si en este caso se sabe que la frecuencia del estator vale 50 Hz y la velocidad asignada es de 975 r.p.m. se puede deducir que la velocidad de sincronismo será de 1000 r.p.m. En efecto, de los posibles valores de velocidad de sincronismo para 50 Hz el más cercano por exceso a 975 r.p.m. es 1000 r.p.m. Si la frecuencia es de 50 Hz, el número de pares de polos vale 3. Luego, el número de polos es el doble, $2p = 6$ polos.

En un motor trifásico el estator puede conectarse en estrella o en triángulo. Si se desea que la máquina funcione a su tensión asignada U_n , las tensiones de línea deberán ser:

$$\text{Conexión estrella: } U_L = \sqrt{3} U_n$$

$$\text{Conexión triángulo: } U_L = U_n$$

En este caso el enunciado indica que el motor es de 400/690 V. Esto quiere decir que para que el motor reciba su tensión asignada de fase (400 V), la tensión de línea deberá ser de 690 V si el estator está conectado en estrella y deberá ser de = 400 V si está conectado en triángulo.

Si se denomina n_s a la velocidad del campo inductor, f a la frecuencia de las corrientes que lo producen y p el número de pares de polos:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} \quad (5.1)$$

Supongamos el motor girando en virtud de la carga a una cierta velocidad n en r.p.m. La diferencia de velocidades entre el campo y el rotor es la velocidad relativa de giro con que las líneas del campo cortan a los conductores del rotor. Bajo esta diferencia de velocidades se inducen en el devanado rotórico fuerzas electromotrices y corrientes de una frecuencia f_r de forma que, respecto del propio rotor, la velocidad angular del campo magnético producida por esas corrientes vale:

$$n_r = \frac{60 \cdot f_r}{p} \quad (5.2)$$

Como la frecuencia de las corrientes es producida por la diferencia de velocidades entre el campo magnético del estator y la mecánica del rotor:

$$f_r = \frac{p \cdot (n_s - n)}{60} \quad (5.3)$$

De donde se obtiene que:

$$n_s = n + n_r \quad (5.3)$$

Al final, se obtiene que el campo magnético total en el entrehierro, debido al efecto conjunto de las corrientes del estator y del rotor, gira a la velocidad de sincronismo. Como ambos campos giran a la misma velocidad absoluta, su posición relativa se mantiene constante y con él el par de rotación mientras no varíe la carga a la que está sometido el sistema.

Si se tiene en cuenta la definición de deslizamiento s como la diferencia relativa de velocidades entre el rotor y el campo magnético inductor:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (5.4)$$

Se obtiene que:

$$f_r = s \cdot f \quad (5.5)$$

Ejercicio de aplicación 5.2

Para el motor descrito en el anterior apartado, determinar: a) frecuencia de las corrientes del rotor.

Solución:

La frecuencia de las corrientes rotóricas está relacionada con las estáticas por el deslizamiento, por lo que se necesita determinar éste último para poder determinar las mismas. Como la máquina tiene tres pares de polos $n_s = 1000$ r.p.m. y el deslizamiento vale:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1000 - 975}{1000} = 0,025$$

La frecuencia rotórica vale:

$$f_r = s \cdot f = 0.025 \cdot 50 = 1,25 \text{ Hz}$$

El valor del deslizamiento marca los tres tipos de funcionamiento que puede tener una máquina asíncrona y que se explicará en próximos apartados:

- $s < 0$: la máquina funciona como generador con el rotor girando a mayor velocidad que el campo magnético inducido en el estator.

- $0 < s < 1$: la máquina trabaja como motor siguiendo al campo magnético estático inductor.

- $s > 1$: la máquina trabaja como freno electromagnético con el rotor girando en sentido contrario al campo estático.

5.3 Modelo monofásico equivalente

Para obtener el modelo monofásico equivalente partimos del hecho de que tanto una fase del estator como del rotor, pueden ser modelizadas cada una de ellas como una reactancia devanada en torno a un núcleo ferromagnético, como en el caso del transformador.

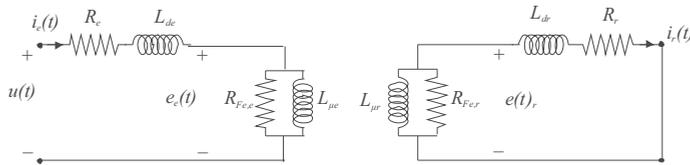


Figura 5.9. Modelos para los devanados estatórico y rotórico.

Pero hay tres circunstancias que diferencian ambos casos:

- Mientras que en un transformador, las espiras correspondientes a una misma fase están en la misma posición relativa frente al flujo establecido en el circuito magnético común entre primario y secundario, en una máquina asíncrona no es así, puesto que los conductores están distribuidos en el espacio. Como se ha detallado en el tema anterior, se puede encontrar para cada armónico, una bobina diametral equivalente desde el punto de vista de la caída de tensión magnética en el entrehierro, y por tanto, desde el punto de vista de las fuerzas electromotrices inducidas por el mismo tanto en estator como en el rotor. En este equivalente, un número de espiras real N tiene el mismo comportamiento para una configuración de devanado concreta y para un armónico determinado a un número ficticio de espiras igual a $\xi \cdot N$ todas en la misma posición.

Por ello, si se denomina Φ al valor eficaz del flujo por polo debido al campo magnético común que existe en el entrehierro originado por la acción conjunta de los devanados del estator y del rotor, y el número de espiras por polo son N_e y N_r respectivamente, la variación del mismo produce en el estator una fuerza electromotriz:

$$\vec{E}_s = -j \cdot \omega_e \cdot \xi_e \cdot N_e \cdot \vec{\phi} \quad (5.6)$$

Así mismo, la fuerza electromotriz inducida en el rotor vale:

$$\vec{E}_r = -j \omega_r \cdot \xi_r \cdot N_r \cdot \vec{\phi} \quad (5.7)$$

-En la máquina asíncrona, la frecuencia de las magnitudes eléctricas de estator y rotor pulsan a distinta frecuencia. Este hecho impide, si no se realiza ninguna transformación, la obtención de un modelo cuyo comportamiento eléctrico se pueda expresar de forma vectorial, ya que se requiere para ello una única frecuencia. Esta diferencia se solventa encontrando un equivalente a rotor parado o bloqueado. Para ello,

utilizando notación vectorial al trabajar normalmente en régimen estacionario senoidal la fuerza electromotriz inducida en una fase del rotor vale:

$$\vec{E}_r = 2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot \xi_r \cdot N_r \cdot \vec{\phi} = 2 \cdot \pi \cdot s \cdot f_e \cdot \xi_r \cdot N_r \cdot \vec{\phi} \quad (5.8)$$

Si el rotor está bloqueado, ($n=0$ y $s=1$):

$$\vec{E}_{r,s=1} = 2 \cdot \pi \cdot f_{r,s=1} \cdot \xi_r \cdot N_r \cdot \vec{\phi} = 2 \cdot \pi \cdot s \cdot f_e \cdot \xi_r \cdot N_r \cdot \vec{\phi} = 2 \cdot \pi \cdot f_e \cdot \xi_r \cdot N_r \cdot \vec{\phi} \quad (5.9)$$

Por lo que:

$$\vec{E}_r = s \cdot \vec{E}_{r,s=1} \quad (5.10)$$

Por otro lado, la corriente del rotor vale:

$$\vec{I}_r = \frac{\vec{E}_r}{R_r + j\omega_r \cdot L_{dr}} \quad (5.11)$$

Y la podemos expresar de la siguiente forma:

$$\vec{I}_r = \frac{s \cdot \vec{E}_{s=1}}{R_r + jX_r} = \frac{\vec{E}_{s=1}}{\frac{R_r}{s} + j \frac{\omega_r}{s} \cdot L_{dr}} = \frac{\vec{E}_{s=1}}{\frac{R_r}{s} + j \cdot \omega_e \cdot L_{dr}} \quad (5.12)$$

De la misma forma que se ha procedido utilizando la inductancia de dispersión y la resistencia de una fase del devanado rotórico, se puede proceder utilizando la reactancia de magnetización y la resistencia de pérdidas en el hierro del mismo.

Estas ecuaciones indican que, desde el punto de vista de las corrientes rotóricas los circuitos (a) y (b) de la Figura 5.5 son equivalentes, trabajando el de la derecha ya a la misma frecuencia a la que trabaja el estator.

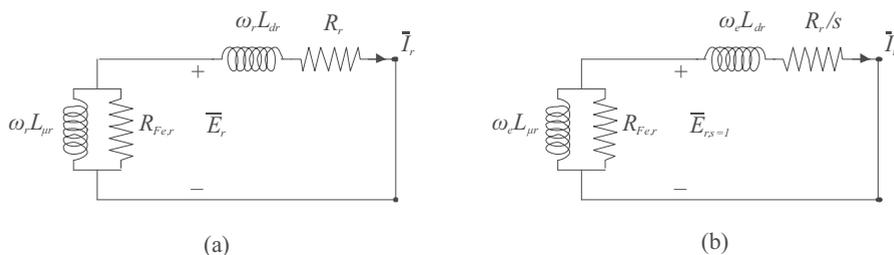


Figura 5.10. Equivalente a rotor bloqueado.

La reorganización de los términos resistivos correspondientes al devanado del rotor permite separar las pérdidas por efecto Joule, de la potencia que va a ser

transformada en movimiento de rotación representadas por el consumo de la resistencia de carga $R_r \left(\frac{1}{s} - 1\right)$:

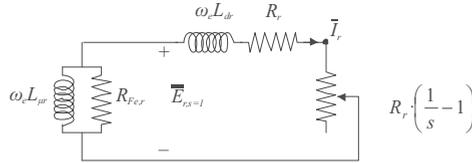


Figura 5.11. Modelo para una fase del rotor.

- En la máquina asíncrona, excepto en las máquinas de rotor devanado, el número de fases del estator y del rotor no coinciden. Generalmente, en un rotor con jaula de ardilla se considera que una espira en el rotor la conforman una barra y la dispuesta simétricamente el número de fases del rotor es igual al número de espiras así calculada. Pero para poder obtener el equivalente monofásico se deben agrupar de forma que el número de fases sea igual al correspondiente al estator, como en la Figura 5.12 para una máquina trifásica:

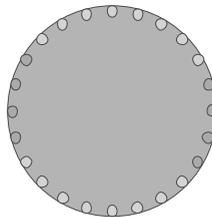


Figura 5.12. Distribución de fases para rotor trifásico.

Una vez abordadas las consideraciones anteriores, ya es posible seguir un procedimiento paralelo al que permitió, según lo expuesto en el Tema 2, la obtención del modelo equivalente del transformador monofásico. Para ello, partiendo de los circuitos mostrados en la Figura 5.13:

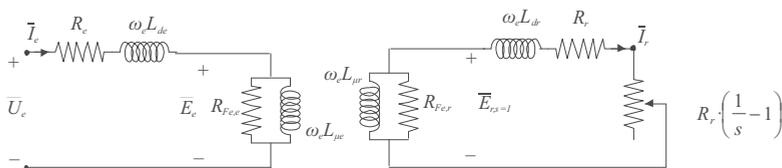


Figura 5.13. Modelo desacoplado.

Se transforman los parámetros del rotor para poder realizar la conexión en paralelo de ambos circuitos conservando las potencias puesta en juego, de forma que.

$$\bar{E}'_r = k_t \cdot \bar{E}_r; \quad \bar{I}'_r = k_i \cdot \bar{I}_r; \quad R'_r = k_z \cdot R_r; \quad X'_{dr} = k_z \cdot X_{dr} \quad (5.13)$$

Para poder conectar en paralelo ambos circuitos:

$$\bar{E}_e = \bar{E}'_{r,s=1} \Rightarrow k_t = \frac{\bar{E}_e}{\bar{E}'_{r,s=1}} = \frac{\xi_e \cdot N_e}{\xi_r \cdot N_r} \quad (5.14)$$

Para que se conserven las potencias, por ejemplo:

$$m_r \cdot \bar{E}_r \cdot (\bar{I}_r)^* = m'_r \cdot \bar{E}'_r \cdot (\bar{I}'_r)^* = m_e \cdot k_i \cdot \bar{E}_r \cdot k_i (\bar{I}_r)^* \Rightarrow k_i = \frac{m_r \cdot \xi_r \cdot N_r}{m_e \cdot \xi_e \cdot N_e} \quad (5.15)$$

$$P_{cu,Rr} = m_r \cdot \bar{I}_r^2 \cdot R_r = m'_r \cdot \bar{I}'_r{}^2 \cdot R'_r = m_e \cdot (k_i \cdot \bar{I}_r)^2 \cdot k_z \cdot R_r \Rightarrow k_z = \frac{m_e}{m_r} \left(\frac{\xi_e \cdot N_e}{\xi_r \cdot N_r} \right)^2 \quad (5.16)$$

Mediante estas transformaciones, el circuito monofásico equivalente de la máquina asíncrona queda:

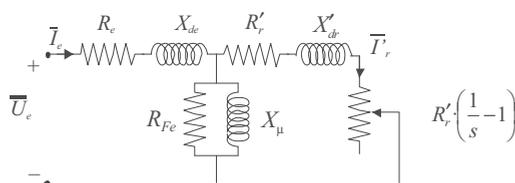


Figura 5.14. Circuito monofásico equivalente.

5.4 Balance de potencias. Modos de funcionamiento

En este apartado se va a estudiar el balance de potencias de una máquina asíncrona actuando como motor. En consecuencia, en lo que sigue se adopta el criterio de signos de considerar positivas las potencias cuyo sentido sea el correspondiente al funcionamiento de la máquina como motor. Se supondrá que la máquina funciona en un régimen de funcionamiento correspondiente a sus valores asignados de tensión, corriente, frecuencia y potencia y con un deslizamiento s pequeño. En este análisis se va a utilizar el circuito equivalente exacto de la Figura 5.14.

En un motor la potencia fluye desde el estator hacia el rotor y el eje de la máquina según la Figura 5.15, transformándose la energía eléctrica absorbida en el estator P_1 en potencia mecánica útil P_u en el eje.

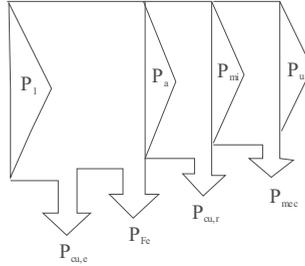


Figura 5.15. Flujo y balance de potencias.

La potencia de entrada o absorbida por el estator vale:

$$P_1 = m_e \cdot U_e \cdot I_e \cos \varphi \quad (5.17)$$

Una vez en el estator, parte de esta potencia se pierde en forma de calor por efecto Joule en la resistencia de las fases del estator dando lugar a las pérdidas en el cobre del estator:

$$P_{cu,e} = m_e \cdot I_e^2 \cdot R_e \approx m_e \cdot I_r'^2 \cdot R_e \quad (5.18)$$

En el estator existen otras pérdidas que se producen en su circuito magnético. Estas pérdidas son debidas a los fenómenos de la histéresis y de las corrientes de Foucault y se denominan pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro:

$$P_{Fe} = m_e \cdot I_{Fe}^2 \cdot R_{Fe} \approx m_e \cdot \frac{U_e^2}{R_{Fe}} \quad (5.19)$$

En principio también existen pérdidas en el hierro en el rotor. Pero, como las pérdidas magnéticas dependen aproximadamente del cuadrado de la frecuencia y la frecuencia de las corrientes del rotor es mucho más pequeña que la frecuencia del estator en condiciones normales de funcionamiento (deslizamientos pequeños), sucede que las pérdidas en el hierro del rotor son despreciables frente a las del estator.

Después de haberse producido las pérdidas en el cobre del estator y las pérdidas en el hierro, la potencia restante se transfiere del estator hacia el rotor a través del entrehierro. Esta potencia se la denomina potencia en el entrehierro P_a :

$$P_a = m_e \cdot I_r'^2 \cdot \frac{R_r'}{s} \quad (5.20)$$

De la potencia que llega al rotor parte se pierde por efecto Joule en la resistencia de las fases del rotor dando lugar a las pérdidas en el cobre del rotor:

$$P_{cu,r} = m_e \cdot I_r'^2 \cdot R_r' \quad (5.21)$$

La potencia restante es la potencia que se convierte de potencia electromagnética en potencia mecánica. Cuando esta potencia se ha convertido en mecánica se la denomina potencia mecánica interna P_{mi} y es la potencia que llega al eje de la máquina. Como ya se indicó anteriormente, esta es la potencia que en el circuito equivalente se consume en la resistencia de carga:

$$P_{mi} = m_e \cdot I_r'^2 \cdot R_r' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \quad (5.22)$$

Una pequeña parte de la misma se pierde por rozamientos y ventilación, es decir, por las pérdidas mecánicas P_{mec} . El resto es la potencia útil P_u del motor:

$$P_{mi} = P_{mec} + P_u \quad (5.23)$$

Ejercicio de aplicación 5.3

Un motor asíncrono trifásico de rotor devanado, 4 polos, se conecta a una red trifásica de 380 V de tensión compuesta. El estator y el rotor están conectados en estrella. $k_T=1/k_i=2.5$. Los parámetros del circuito equivalente del motor por fase son:

$$Z_e = R_e + jX_{de} = 0.5 + j1.5 \Omega; Z_r = R_r + jX_{dr} = 0.1 + j0.2 \Omega;$$

$$R_{FE} = 360 \Omega; X_\mu = 40 \Omega$$

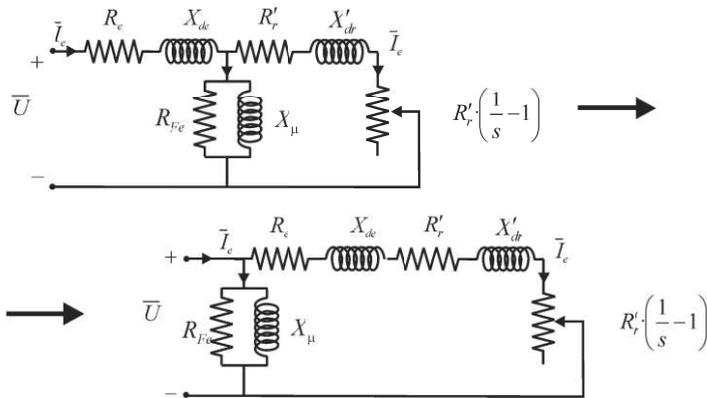
Las pérdidas mecánicas son iguales a 250 W. Si el deslizamiento a plena carga es el 5%.

Determinar usando el circuito equivalente aproximado del motor:

a) Corriente del estator. b) Corriente del rotor. c) Pérdidas en el hierro. d) Potencia absorbida por el motor de la red. e) Potencia mecánica interna. f) Potencia mecánica útil y g) Rendimiento del motor.

Solución:

El circuito equivalente simplificado de la máquina asíncrona desplaza la rama transversal de forma que ésta recibe directamente la tensión de fase y queda en paralelo con el resto del circuito estatístico y rotórico:



Para definir completamente los parámetros del circuito equivalente, es necesario calcular los parámetros del rotor reducidos al estator según las relaciones:

$$R'_r = k_z \cdot R_r = \frac{k_t}{k_i} \cdot R_r = 2,5^2 \cdot 0,1 = 0,63 \Omega$$

$$X'_{dr} = k_z \cdot X_{dr} = \frac{k_t}{k_i} \cdot X_{dr} = 2,5^2 \cdot 0,2 = 1,25 \Omega$$

La corriente estática vale entonces:

$$\bar{I}_e = \bar{I}_0 + \bar{I}'_r = \bar{U} \left(\frac{1}{R_{Fe}} \right) + \bar{U} \left(\frac{1}{j \cdot X_\mu} \right) + \frac{\bar{U}}{\left(R_e + \frac{R'_r}{s} \right) + j \cdot (X_{de} + X'_{dr})}$$

$$\bar{I}_e = \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 360 + \frac{380}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{j \cdot 40} \right) + \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{\left(0,5 + \frac{0,63}{0,05} \right) + j \cdot (1,5 + 1,25)} = 18,86 \angle -28^\circ A$$

La corriente del rotor vale:

$$\bar{I}_r = \frac{1}{k_i} \bar{I}'_r = \frac{1}{k_i} \cdot \frac{\bar{U}}{\left(R_e + \frac{R'_r}{s} \right) + j \cdot (X_{de} + X'_{dr})} = 2,5 \cdot \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{\left(0,5 + \frac{0,63}{0,05} \right) + j \cdot (1,5 + 1,25)} = 40,96 \angle -11,85^\circ A$$

Las pérdidas en el hierro valen:

$$P_{Fe} = m_e \cdot I_{Fe}^2 \cdot R_{Fe} \approx 3 \cdot \frac{\left(\frac{380}{\sqrt{3}} \right)^2}{360} = 401,11 W$$

La potencia absorbida se obtendrá a partir de la potencia aparente según:

$$\begin{aligned}\bar{S} &= m_e \cdot \bar{U} \cdot (\bar{I}_e)^* = P + jQ = 10959 + j5825 \\ P &= 10,969 \text{ kW}\end{aligned}$$

La potencia mecánica interna vale:

$$P_{mi} = m_e \cdot I_r'^2 \cdot R_r' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = 3 \cdot 16,39^2 \cdot 0,63 \left(\frac{1}{0,05} - 1 \right) = 9,647 \text{ kW}$$

La potencia útil vale:

$$P_u = P_{mi} - P_{mec} = m_e \cdot I_r'^2 \cdot R_r' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) - P_{mec} = 9647 - 250 = 9,397 \text{ kW}$$

Para calcular el rendimiento, únicamente quedaría por determinar las pérdidas en el cobre en el estator y en el rotor:

$$P_{cu} = m_e \cdot I_r'^2 \cdot (R_e + R_r') = 3 \cdot 16,39^2 \cdot (0,5 + 0,63) = 910,70 \text{ W}$$

Y el rendimiento es entonces:

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_{mec} + P_{cu} + P_{Fe}} = \frac{9,397}{10,969} = 0,858$$

La potencia mecánica interna proporciona un par mecánico interno de rotación:

$$P_{mi} = T_{mi} \cdot \Omega \quad (5.24)$$

Si se tiene en cuenta la definición de deslizamiento, la anterior expresión queda:

$$P_{mi} = T_{mi} \cdot \Omega_s \cdot (1-s) = m_e \cdot I_r'^2 \cdot R_r' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \approx m_e \cdot \frac{U_e^2}{\left(R_e + \frac{R_r'}{s} \right)^2 + (X_{de} + X'_{dr})^2} \cdot R_r' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \quad (5.25)$$

Despejando de la anterior ecuación el par mecánico interno se obtiene:

$$T_{mi} = \frac{m_e \cdot U_e^2 \cdot \frac{R_r'}{s}}{\Omega_s \cdot \left(R_e + \frac{R_r'}{s} \right)^2 + (X_{de} + X'_{dr})^2} \quad (5.26)$$

En muchas ocasiones se desprecian las pérdidas mecánicas igualando la potencia mecánica interna a la potencia útil de forma que la anterior ecuación describiría la relación entre el par útil y el deslizamiento del rotor.

Esta relación diferencia los tres modos de funcionamiento de la máquina asíncrona:

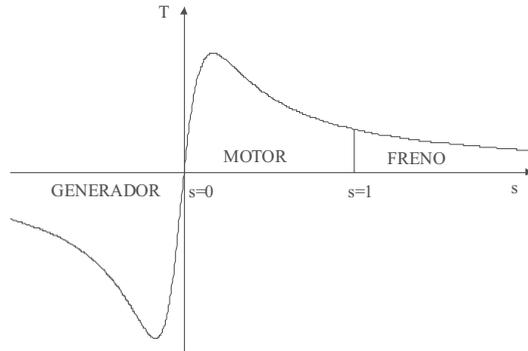


Figura 5.16. Curva par motor y modos de funcionamiento.

- *Motor* ($0 < s < 1$). Funcionando como motor la velocidad de la máquina es del mismo sentido que la de sincronismo y de menor valor que ésta. Al realizar el balance de potencias se adoptó el criterio de signos de suponer que las potencias son positivas cuando la máquina actúa como motor; luego en estas condiciones tanto P_a como P_{mi} son positivas. Por lo tanto, en un motor asíncrono la máquina absorbe potencia eléctrica por el estator para convertirla en potencia mecánica en su eje. En este caso tanto el par como la velocidad tienen signo positivo. Por lo tanto, el par está a favor de la velocidad y se trata de un par motor. Es este par el que provoca el giro de la máquina.

- *Generador* ($s < 0$). En este régimen de funcionamiento la velocidad del motor es superior a la de sincronismo, lo que quiere decir que el deslizamiento s es negativo. Por lo tanto, funcionando como generador la velocidad de la máquina es del mismo sentido que la de sincronismo y de mayor valor que ésta. Al ser el deslizamiento negativo se obtiene que la resistencia de carga como R'_2/s son negativas. Esto da lugar a que la potencia mecánica interna P_{mi} y la potencia en el entrehierro P_a sean negativas, lo cual significa que el sentido de estas potencias es el opuesto al del funcionamiento como motor. En consecuencia, en un generador de inducción la máquina absorbe potencia mecánica en su eje para convertirla en potencia eléctrica (potencia activa) que se suministra a la red conectada al estator. En este caso el par es negativo y la velocidad es positiva. Por lo tanto, el par de la máquina de inducción se opone a la velocidad y se trata de un par de frenado. Deberá existir otro par, por ejemplo el producido por un motor de gasolina acoplado al mismo eje que la máquina asíncrona, que mueva al grupo y sea el que lo esté obligando a girar a una velocidad superior a la de sincronismo.

- *Freno a contracorriente* ($s > 1$). En este régimen de funcionamiento la velocidad del motor es de sentido contrario a la de sincronismo. La resistencia de carga es negativa y R'/s es positiva. Esto da lugar a que la potencia mecánica interna P_{mi} sea negativa y que la potencia en el entrehierro P_a sea positiva. Por lo tanto, en el entrehierro el flujo de potencia es igual que en un motor ($P_a > 0$), del estator hacia el rotor; pero la potencia mecánica interna P_{mi} es de signo contrario a la de funcionamiento como motor ($P_{mi} < 0$), entra por el eje y se dirige hacia el rotor. En consecuencia, funcionando como freno a contracorriente una máquina asíncrona absorbe potencia eléctrica por el estator y potencia mecánica por su eje. La totalidad de la suma de estas dos potencias absorbidas se disipa en forma de calor entre todas las pérdidas de la máquina, la cual se puede calentar en exceso. En este caso el par es positivo y la velocidad negativa. Por lo tanto, el par de la máquina de inducción se opone a la velocidad y se trata de un par de frenado que se opone a su movimiento.

Ejercicio de aplicación 5.4

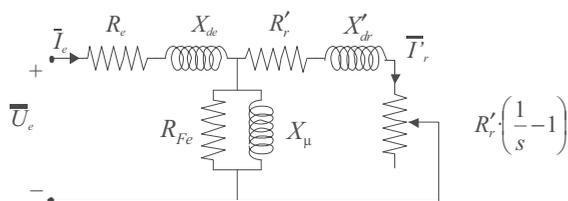
Para el motor descrito en ejercicio de aplicación 18.1.

Determinar:

a) Potencia y par asignados.

Solución:

Utilizando el circuito equivalente de la figura, la potencia asignada, al despreciar las pérdidas mecánicas, es aproximadamente igual a la potencia mecánica interna:



$$P_n \approx P_{mi} = m_e \cdot I_r'^2 \cdot R_r' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = m_e \cdot \frac{U_e^2}{\left(R_e + \frac{R_r'}{s} \right)^2 + X_{cc}^2} \cdot R_r' \left(\frac{1}{s} - 1 \right)$$

$$P_n \approx 3 \cdot \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{0,025} \right)^2 + 6,21^2} \cdot 0,99 \cdot \left(\frac{1}{0,025} - 1 \right) = 11002 \text{ W}$$

El par asignado vale:

$$T_r = \frac{P_n}{\Omega} \approx \frac{11002}{\frac{2\pi \cdot 975}{60}} = 108 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Ejercicio de aplicación 5.5

La máquina del problema anterior, conectada a la misma red, se hace girar por un motor primario auxiliar a una velocidad de 615 rpm. Tomando la tensión simple de la red como referencia de fases (por ejemplo para la fase R. Calcular:

- a) Expresión fasorial de la corriente absorbida por la máquina, b) potencia mecánica absorbida del motor primario. c) Potencias activa y reactiva suministradas a la red. d) Rendimiento del generador.

Solución:

En primer lugar, el deslizamiento vale:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{600 - 615}{600} = -0,025$$

Y la corriente "absorbida" vale:

$$\bar{I}_e = \bar{I}'_r = \frac{\bar{U}}{\left(R_e + \frac{R'_r}{s}\right) + j(X_{de} + X'_{dr})} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{\left(0,5 + \frac{0,8}{-0,025}\right) + j(3 + 3,5)} = 8,82 \angle -168,34^\circ \text{ A}$$

La potencia mecánica interna, que en este caso es la diferencia entre la potencia entregada por el motor auxiliar y las pérdidas mecánicas. Como se desprecian estas últimas se tiene:

$$P_{mi} = m_e \cdot I_r'^2 \cdot R'_r \left(\frac{1}{s} - 1\right) = 3 \cdot 8,82^2 \cdot 0,8 \left(\frac{1}{-0,025} - 1\right) = -4,578 \text{ kW}$$

Tiene signo negativo porque se ha utilizado un criterio en el que la máquina ha sido considerada como una carga que consume energía, cuando en realidad funciona como generador. De la misma forma, calculando la potencia aparente:

$$\begin{aligned} \bar{S} &= m_e \cdot \bar{U} \cdot (\bar{I}_e)^* = P + jQ = -4397 + j907 \\ P &= -4,397 \text{ kW} \\ Q &= 0,907 \text{ kVAr} \end{aligned}$$

Las consideraciones efectuadas anteriormente sobre los signos, también son aplicables en este caso: una potencia consumida negativa, corresponde a una potencia generada.

Para determinar el rendimiento, hay que tener en cuenta que si se desprecian las pérdidas mecánicas, la potencia de entrada es la mecánica interna, y la potencia de salida es la entregada a la red:

$$\eta = \frac{P}{P_{mi}} = \frac{4397}{4578} = 0,9604$$

Ejercicio de aplicación 5.6

El mismo motor está girando a plena carga con un deslizamiento del 4%, es decir, a 576 rpm. De repente se cambian dos fases de la red. Calcular para ese instante:

a) Expresión fasorial de la corriente absorbida por la máquina, tomando como referencia la tensión simple de la red, b) potencia mecánica interna, c) potencia activa absorbida de la red, d) par desarrollado como freno.

Solución:

En este caso, la máquina está comportándose como motor con una velocidad de 576 r.p.m. y cuando se invierte la alimentación de dos fases, el sentido de giro del campo magnético inductor cambia de sentido instantáneamente, por lo que el deslizamiento vale:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{-600 - 576}{-600} = 1,96$$

En este régimen de velocidades, la máquina trabaja como freno electromagnético. La corriente absorbida de la red vale:

$$\bar{I}_e = \bar{I}'_r = \frac{\bar{U}}{\left(R_e + \frac{R'_r}{s}\right) + j(X_{de} + X'_{dr})} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{\left(0,5 + \frac{0,8}{1,96}\right) + j(3 + 3,5)} = 33,42 \angle -82,04^\circ \text{ A}$$

La potencia absorbida de la red, se determina mediante la expresión:

$$\begin{aligned} \bar{S} &= m_e \cdot \bar{U} \cdot (\bar{I}_e)^* = P + jQ = 3044 + j2179 \\ P &= 3,044 \text{ kW} \end{aligned}$$

Y la potencia mecánica interna vale:

$$P_{mi} = m_e \cdot I_r'^2 \cdot R'_r \left(\frac{1}{s} - 1\right) = 3 \cdot 33,42^2 \cdot 0,8 \left(\frac{1}{1,96} - 1\right) = -1,315 \text{ kW}$$

Como se aprecia, la máquina funcionando como freno absorbe potencia desde el estator y desde el rotor.

Esa potencia, debe de ser disipada en los devanados estático y rotórico, produciéndose una elevación importante de la temperatura.

El par de frenado se obtiene directamente de la expresión:

$$T_{mi} = \frac{P_{mi}}{\Omega} \approx \frac{5994}{(600 + 567) \cdot \frac{2\pi}{60}} = 10,66 \text{ N}\cdot\text{m}$$

5.5 Ensayos y determinación de parámetros para el modelo de la máquina asíncrona

Para determinar los parámetros del circuito monofásico equivalente, se recurre a la realización de los siguientes ensayos.

5.5.1 Medida de la resistencia del estator

Suponiendo que los bobinados de las tres fases del motor son idénticos, bastará con obtener el valor de la resistencia en uno de los tres bobinados. Si se mide la resistencia entre bornes de la máquina debe tenerse en cuenta que la resistencia por fase de un bobinado trifásico no es la misma que la medida entre los extremos de las bobinas. La resistencia equivalente por fase del motor es la mitad de la medida entre dos fases. Si los bobinados están conectados en estrella, la resistencia de cada bobina R_e es la mitad de la medida entre dos fases y, si están conectados en triángulo, los $3/2$ de la medida entre dos fases.

5.5.2 Ensayo de vacío o de rotor libre

Normalmente, para realizar este ensayo, se alimenta el motor a la tensión y frecuencia nominales y se mide la potencia absorbida P_0 , la intensidad que circula por cada fase I_0 y la tensión aplicada al estator U_0 . El ensayo se realiza a la tensión asignada. En este ensayo no se obtiene potencia útil en el eje, por lo que toda la potencia corresponde a pérdidas (en el hierro, en el cobre del estator, y en rozamiento). Por lo tanto, el ensayo en vacío permite medir estas pérdidas, y a partir de ellas los parámetros en el núcleo de la máquina R_{Fe} y X_μ mediante las siguientes expresiones:

$$P_0 = P_{Fe} + P_{mec} + P_{Cu,e,0} = P_{Fe} + P_{mec} + I_0^2 \cdot R_e \Rightarrow P_{Fe} = P_0 - P_{mec} - I_0^2 \cdot R_e \quad (5.27)$$

$$P_{Fe} = m_e \cdot I_{Fe,0}^2 \cdot R_{Fe} \approx m_e \cdot \frac{U_0^2}{R_{Fe}} \Rightarrow R_{Fe} \approx m_e \cdot \frac{U_0^2}{P_{Fe}} \quad (5.28)$$

$$Q_0 = \sqrt{(m_e \cdot U_0 \cdot I_0)^2 - P_0^2} \approx m_e \cdot \frac{U_0^2}{X_\mu} \Rightarrow X_\mu \approx m_e \cdot \frac{U_0^2}{Q_0} \quad (5.29)$$

Para determinar las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el núcleo ferromagnético, se va a alimentar el motor con diferentes valores de tensión (entre 0.5 y 1.1 veces el nominal) midiendo para cada caso los valores de la potencia absorbida por el motor en vacío, así como la intensidad y la tensión aplicada. El valor de la potencia resultado de la extrapolación de los anteriores resultados para una tensión nula, proporciona el valor de las pérdidas mecánicas ya que en ese punto el flujo es nulo y las pérdidas correspondientes también lo son.

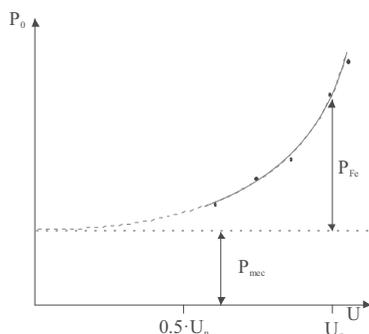


Figura 5.17. Cálculo de las pérdidas mecánicas.

5.5.3 Ensayo de cortocircuito o de rotor bloqueado

Mediante este ensayo se determinan los valores de la resistencia del rotor y de ambas reactancias. Para realizarlo, el rotor debe estar perfectamente fijo, impedido de giro, con lo cual el deslizamiento será la unidad. En estas condiciones, se aplica al motor una tensión trifásica equilibrada que irá incrementándose desde cero hasta que el motor absorba una corriente del orden de la nominal por el estator. La tensión (denominada de cortocircuito) que se debe aplicar para obtener la corriente nominal con rotor parado es siempre inferior a la nominal. Se mide la tensión de fase a la que se realiza en ensayo U_{cc} , la potencia del ensayo P_{cc} , y la corriente por fase I_{cc} . Los parámetros se obtienen según las expresiones:

$$P_{cc} \approx m_e \cdot I_{cc}^2 \cdot (R_e + R_r') + m_e \cdot \frac{U_{cc}^2}{R_{Fe}} \Rightarrow R_e + R_r' \approx \frac{P_{cc} - m_e \cdot \frac{U_{cc}^2}{R_{Fe}}}{m_e \cdot I_{cc}^2} \quad (5.30)$$

$$Q_{cc} = \sqrt{(m_e \cdot U_{cc} \cdot I_{cc})^2 - P_{cc}^2} \approx m_e \cdot (X_{de} + X'_{dr}) I_{cc}^2 \Rightarrow X_{de} + X'_{dr} \approx \frac{Q_{cc}}{m_e \cdot I_{cc}^2} \quad (5.31)$$

Sabiendo R_e , por diferencia respecto del valor calculado se obtiene R'_e .

El valor de las reactancias de dispersión no se puede distinguir con los ensayos realizados. Lo habitual es considerar una relación entre ambas que depende del tipo de máquina. Por ejemplo, para una máquina de rotor devanado se considera que ambas reactancias de dispersión son iguales, mientras que para una máquina con una característica de par alto con una corriente de arranque normal, la dispersión correspondiente al estator se supone el 30% del total.

Ejercicio de aplicación 5.7

Un motor trifásico conectado en estrella, de 15 CV, 380 V, 50 Hz, 4 polos, ha dado los siguientes resultados en unos ensayos:

Vacío: 380 V, 3 A, 700 W.

Cortocircuito: 100 V, 20 A, 1200 W.

Si la resistencia de cada fase del devanado primario es igual a 0.5Ω y las pérdidas mecánicas son iguales a 250 W.

Calcular los parámetros del circuito equivalente del motor.

Solución:

A partir del ensayo de vacío, se determinan las pérdidas en el hierro con las que se calculará la resistencia correspondiente, teniendo en cuenta que, como el estator está en estrella, la corriente de fase es igual a la de línea medida en el ensayo:

$$P_0 = P_{Fe} + P_{mec} + P_{Cu,e,0} = P_{Fe} + P_{mec} + I_0^2 \cdot R_e \Rightarrow P_{Fe} = P_0 - P_{mec} - I_0^2 \cdot R_e$$

$$P_{Fe} = P_0 - P_{mec} - I_0^2 \cdot R_e = 700 - 250 - 3^2 \cdot 0,5 = 445,5 \text{ W}$$

Con este valor se calcula la resistencia de pérdidas en el hierro, teniendo en cuenta que la tensión de fase es igual a la de línea dividida por $\sqrt{3}$:

$$R_{Fe} \approx m_e \cdot \frac{U_0^2}{P_{Fe}} = 3 \cdot \frac{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2}{445,5} = 329,94 \Omega$$

Para determinar la reactancia de magnetización, se calcula primero la potencia reactiva del ensayo, según la relación:

$$Q_0 = \sqrt{(m_e \cdot U_0 \cdot I_0)^2 - P_0^2} = \sqrt{\left(3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 3\right)^2 - 700^2} = 1852,1 \text{ VAr}$$

$$X_\mu \approx R_e \cdot \frac{U_0^2}{Q_0} = 3 \cdot \frac{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2}{1852,1} = 78,39 \Omega$$

A partir del ensayo de cortocircuito se obtiene:

$$P_{cc} \approx m_e \cdot I_{cc}^2 \cdot (R_e + R'_r) + m_e \cdot \frac{U_{cc}^2}{R_{Fe}} \Rightarrow R_{cc} = R_e + R'_r \approx \frac{P_{cc} - m_e \cdot \frac{U_{cc}^2}{R_{Fe}}}{m_e \cdot I_{cc}^2}$$

$$R_{cc} = \frac{1200 - 3 \cdot \frac{(100/\sqrt{3})^2}{20^2}}{3 \cdot 20^2} = 0,97 \Omega$$

$$R'_r = R_{cc} - R_e = 0,97 - 0,5 = 0,47 \Omega$$

$$Q_{cc} = \sqrt{(m_e \cdot U_{cc} \cdot I_{cc})^2 - P_{cc}^2} = \sqrt{(3 \cdot (100/\sqrt{3}) \cdot 20)^2 - 1200^2} = 3249,4 \text{ VAr}$$

$$X_{cc} = X_{de} + X'_{dr} \approx \frac{Q_{cc}}{m_e \cdot I_{cc}^2} = \frac{3249,4}{3 \cdot 20^2} = 2,7 \Omega$$

5.6 La máquina asíncrona como motor

Cuando un motor asíncrono mueve una carga mecánica en régimen permanente se establece un equilibrio entre el par motor proporcionado por la máquina asíncrona T_m y el par resistente de la carga T_r . Por lo tanto, el sistema motor-carga funciona en un punto en el que se verifica que $T_m = T_r$.

El punto de funcionamiento, para que sea estable, tiene que estar, según muestra la Figura 5.18, en un rango de velocidades que implican deslizamientos entre 0 y el deslizamiento para el que se produce el par máximo ($0 < s < s_{max}$). En este rango, si se produce un incremento del par resistente (en la figura, desde T_{r1} hasta T_{r2}), la máquina responde con un incremento del par motor, posibilitando un nuevo punto de funcionamiento. Para velocidades que impliquen un deslizamiento mayor que s_{max} , si se produce un incremento del par resistente (en la figura, desde T_{r3} hasta T_{r4}), la máquina

responde disminuyendo su par motor, y lo hay situación estable posible, llevando la máquina a un estado de bloqueo.

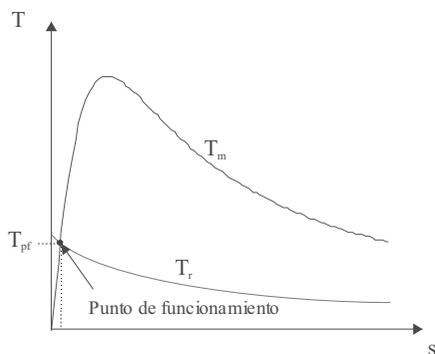


Figura 5.18. Punto de funcionamiento.

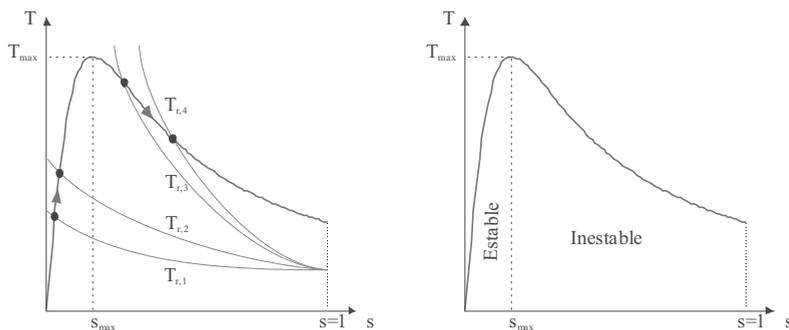


Figura 5.19. Zonas de estabilidad e inestabilidad.

Para determinar el punto singular que diferencia ambas zonas, se deriva la ecuación del par respecto del deslizamiento y se iguala a 0:

$$\frac{dT}{ds} = 0 \quad (5.32)$$

Se obtiene que:

$$s_{\max} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_e^2 + (X_e + X'_r)^2}} \quad (5.33)$$

Siendo el par máximo:

$$T_{\max} = m_e \cdot \frac{U_e^2}{\Omega_s} \frac{\sqrt{R_e^2 + (X_e + X'_r)^2}}{\left(R_e + \sqrt{R_e^2 + (X_e + X'_r)^2} \right)^2 + (X_e + X'_r)^2} \quad (5.34)$$

Se observa que la posición para la que se alcanza el par máximo depende directamente de la resistencia del rotor, mientras que el valor alcanzado por el mismo no depende de dicha resistencia. Este hecho será posteriormente utilizado en el arranque de máquinas asíncronas de rotor devanado.

Ejercicio de aplicación 5.8

Un motor asíncrono trifásico con rotor en jaula de ardilla de 220/380 V, 50 Hz, 10 polos, tiene los siguientes parámetros del circuito equivalente:

$$Z_e = R_e + jX_{de} = 0.5 + j3 \Omega; Z'_r = R'_r + jX'_{dr} = 0.8 + j3.5 \Omega$$

Se desprecian las pérdidas mecánicas y la rama en paralelo del circuito equivalente. Si la máquina se conecta a una red trifásica de 380 V de línea, 50 Hz. Calcula:

a) ¿Cómo se conectará el estator de la máquina?, c) Si el deslizamiento a plena carga es del 4%, calcular la corriente absorbida, la potencia mecánica desarrollada y el par electromagnético. d) Determinar la velocidad (en régimen motor) a la cual se obtiene el par máximo y el valor del par máximo correspondiente.

Solución:

La máquina debe conectarse en estrella puesto que la tensión de fase que puede soportar la misma es de 220 V.

Utilizando el esquema equivalente simplificado de la máquina asíncrona y al no considerar la rama en paralelo se tiene que:

$$\bar{I}_e = \bar{I}'_r = \frac{\bar{U}}{\left(R_e + \frac{R'_r}{s}\right) + j(X_{de} + X'_{dr})} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{\left(0,5 + \frac{0,8}{0,04}\right) + j(3 + 3,5)} = 10,20 \angle -17,6^\circ A$$

La velocidad de la máquina se calcula a través del deslizamiento, conociendo la velocidad de sincronismo, según las expresiones:

$$n = n_s \cdot (1 - s) = \frac{60 \cdot 50}{5} \cdot (1 - 0,04) = 576 \text{ r.p.m.} \Rightarrow \Omega = n \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} = 60,31 \text{ rd / s}$$

La potencia mecánica interna y el par correspondiente valen:

$$P_{mi} = m_e \cdot I_r'^2 \cdot R'_r \left(\frac{1}{s} - 1\right) = 3 \cdot 10,20^2 \cdot 0,8 \left(\frac{1}{0,04} - 1\right) = 5,994 \text{ kW}$$

$$T_{mi} = \frac{P_{mi}}{\Omega} \approx \frac{5994}{60,31} = 99,38 \text{ N}\cdot\text{m}$$

La velocidad para la que se obtiene el par máximo se obtiene a partir de la expresión:

$$s_{\max} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_e^2 + (X_e + X'_r)^2}} = \frac{0,8}{\sqrt{0,5^2 + (3+3,5)^2}} = 0,1227$$

$$n_{\max} = n_s \cdot (1 - s_{\max}) = \frac{60 \cdot 50}{5} \cdot (1 - 0,1227) = 526,37 \text{ r.p.m.} \Rightarrow \Omega_{\max} = 55,12 \text{ rd / s}$$

$$T_{\max} = m_e \cdot \frac{U_e^2}{\Omega_s} \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{\max}}}{\left(R_e + \frac{R'_r}{s_{\max}}\right)^2 + (X_e + X'_r)^2} = 3 \cdot \frac{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2}{62,83} \cdot \frac{0,8}{\left(0,5 + \frac{0,8}{0,1227}\right)^2 + (3+3,5)^2} = 163 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Si, además de la curva par-deslizamiento, se representa la relación corriente-deslizamiento se puede observar que, en el arranque, la corriente absorbida es mucho mayor que en los puntos de funcionamiento habituales (con deslizamientos en torno al 5%). Esta singularidad hace que se deba analizar el proceso de arranque con un poco de detenimiento.

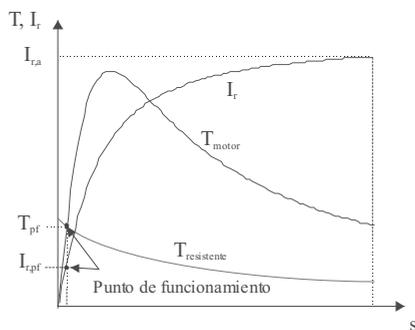


Figura 5.20. Corriente en el arranque.

5.7 Arranque de las máquinas asíncronas

En el proceso de arranque aparecen varios problemas a los que es necesario atender para realizar esta operación de forma correcta:

- Según la ecuación simplificada que rige la dinámica de la máquina, la diferencia entre el par motor y el par resistente se invierte en acelerar dicha máquina:

$$T_m - T_r = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} \quad (5.35)$$

Una diferencia muy alta entre ambos pares lleva a aceleraciones muy altas, que suelen producir problemas mecánicos ligados a vibraciones.

- Si la corriente durante el proceso de arranque es muy elevada y el tiempo que dura el proceso es lo suficientemente largo, la energía disipada por el efecto Joule hace que la temperatura de los elementos más sensibles de la máquina pueda ser demasiado alta.
- Por otro lado, altas corrientes producen caídas de tensión en las líneas que alimentan a los motores que pueden hacer disminuir el par motor con el consiguiente riesgo de no poder vencer al par resistente.

Para evitar estos problemas, es necesario poder controlar tanto el par como la corriente absorbida en el arranque. Si se analizan las expresiones que determinan ambos parámetros se observa que dependen de las mismas variables:

$$T_a = m_e \cdot \frac{U_e^2}{\Omega_s} \frac{R'_r}{(R_e + R'_r)^2 + (X_e + X'_r)^2} \quad (5.36)$$

$$I_a = \frac{U_e}{\sqrt{(R_e + R'_r)^2 + (X_e + X'_r)^2}}$$

Por ello los métodos de arranque se clasifican según el parámetro sobre el que actúan:

- Arranque directo: la máquina se conecta directamente a la red.
- Arranque mediante inserción de impedancias en estátor.
- Arranque mediante control de la tensión de fase.
 - Con autotransformador.
 - Cambio de la conexión estatórica de estrella a triángulo.
 - Con arrancadores estáticos.
- Arranque mediante inserción de resistencias en el rotor.

También existen soluciones constructivas sobre la configuración básica de la jaula de ardilla para obtener un elevado par de arranque. Entre ellas cabe destacar la utilización de ranuras profundas y de dobles jaulas en el rotor.

5.7.1 Arranque directo

Es el modo de arranque más sencillo en el que el estator se acopla directamente a la red y el motor responde según sus características naturales. Únicamente se utiliza en motores cuya potencia es pequeña respecto de la red, con sistemas adicionales que impidan una rápida aceleración (arranque brusco), y que necesiten alto par de arranque.

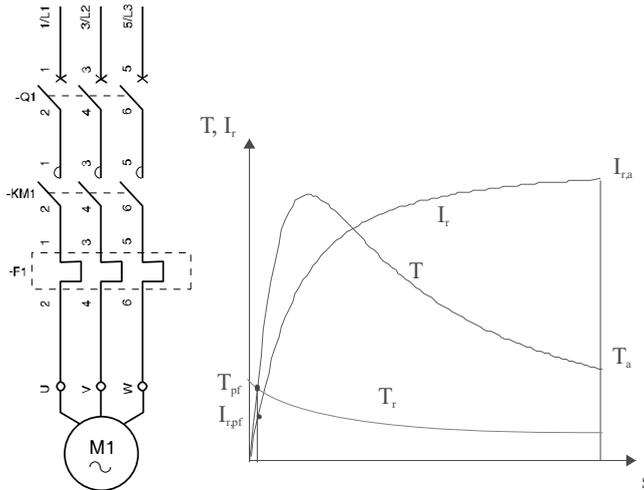


Figura 5.21. Arranque directo: esquema y curvas características.

5.7.2 Arranque mediante inserción de impedancias en el estátor

En este sistema, el motor arranca con una tensión reducida por la caída de tensión en la impedancia interpuesta. Una vez se estabiliza la velocidad, las impedancias son eliminadas. Hay que tener en cuenta que durante el proceso de arranque, la corriente disminuye y con ella la caída de tensión, por lo que el voltaje en bornes del motor se incrementa progresivamente.

El par disminuye con el cuadrado de la tensión, y la corriente absorbida, directamente con la misma. Es un procedimiento que se aplica cuando el par resistente se incrementa con la velocidad, como por ejemplo, en ventiladores. El inconveniente que presenta es que no permite reducir de forma significativa la punta de la corriente de arranque, ya que si se aumenta mucho el valor de la impedancia se corre el riesgo de disminuir mucho el par motor.

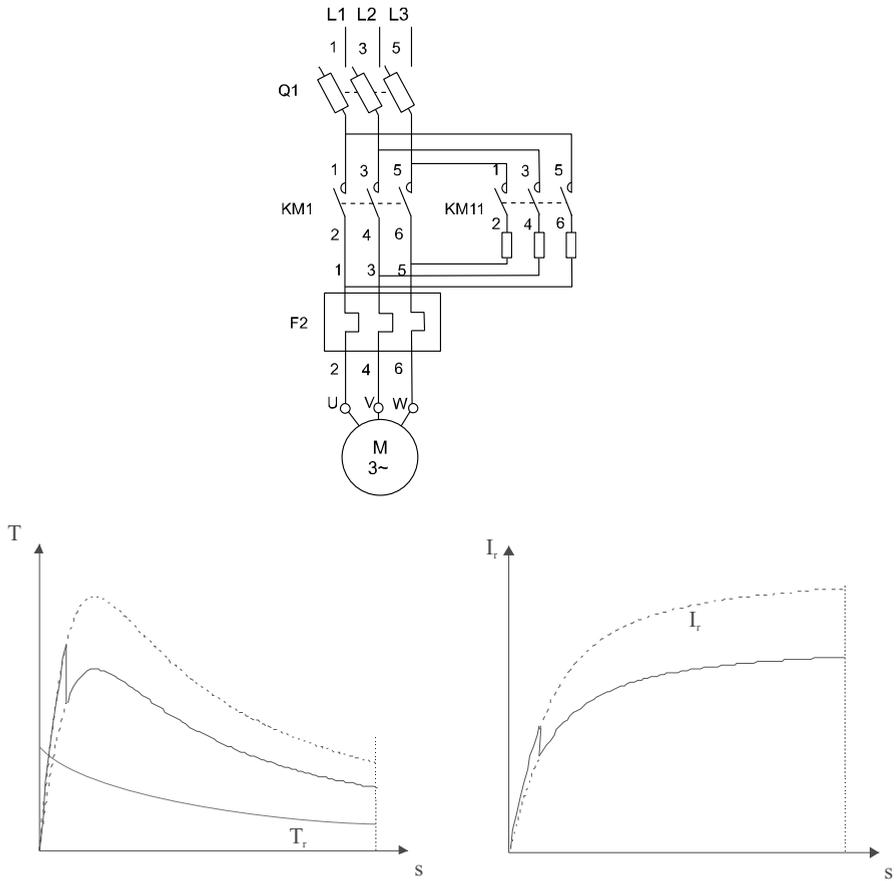


Figura 5.22. Arranque mediante inserción de impedancias en el estátor: esquema y curvas características.

5.7.3 Arranque mediante autotransformador

El motor se alimenta a una tensión reducida mediante un autotransformador, que una vez finalizado el arranque, queda fuera del circuito:

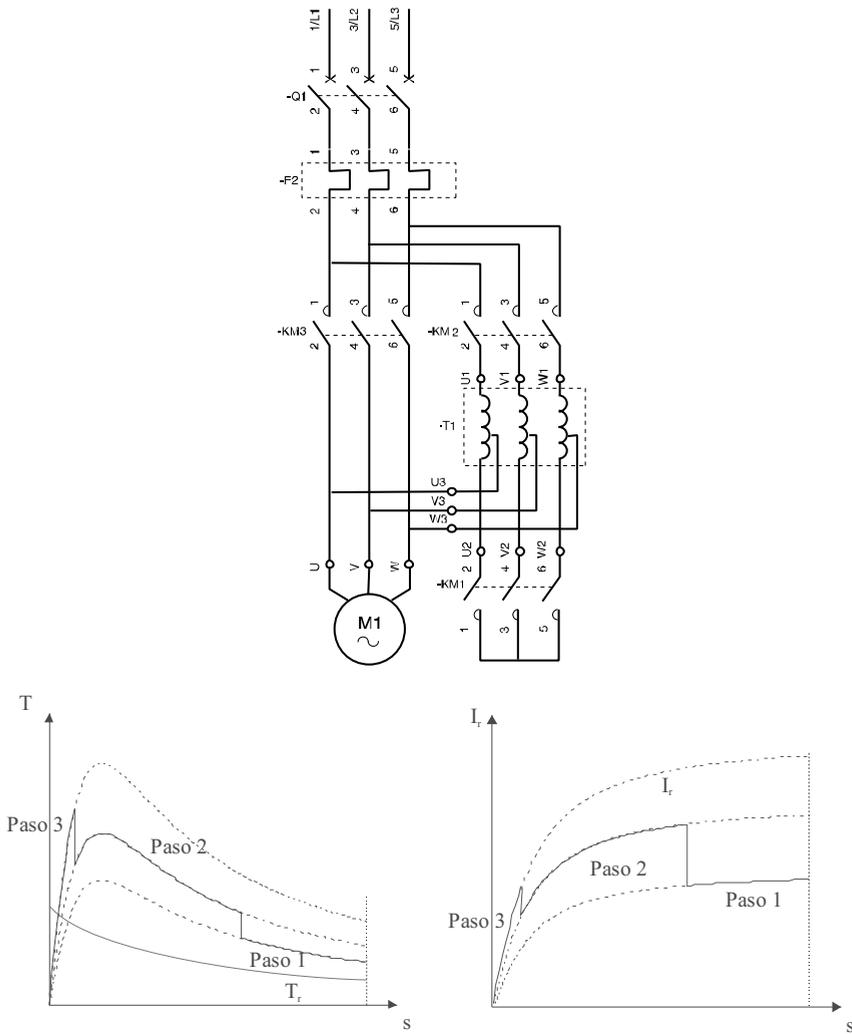


Figura 5.23. Arranque mediante autotransformador: esquema y curvas características.

Se realiza en tres tiempos: en el primero, el autotransformador se conecta en estrella y posteriormente alimenta al motor; en el segundo, llegado el motor a una velocidad estable, la conexión en estrella del autotransformador se abre, quedando entonces como si se insertara en el estátor una reactancia; el tercer paso, rápidamente se alimenta el motor a la tensión de la red y se eliminan las inductancias cortocircuitándolas. En este caso, el par disminuye según el cuadrado de la relación de transformación del autotransformador, al igual que la corriente absorbida de la red. Este modo de arranque se suele utilizar con motores de baja tensión de potencias superiores a 150 kW.

5.7.4 Arranque estrella-triángulo

Únicamente es posible si se tienen accesibles todos los terminales de las bobinas o devanados estáticos. Además, el devanado debe estar preparado para que, en conexión en triángulo, pueda acoplarse a la tensión de red ya que en esta conexión será en la que trabaje la máquina en su punto de funcionamiento asignado.

El principio consiste en arrancar el motor estando el estátor conectado en estrella para posteriormente permutar a una conexión en triángulo, generalmente cuando el motor llega a una velocidad entre el 75% y el 85% de la nominal. De esta forma se consigue reducir la corriente absorbida de la red en un factor de 3, la corriente por fase del motor en un factor de $\sqrt{3}$, el par motor en un factor de 3.

Ejercicio de aplicación 5.9

Considere un motor asíncrono trifásico. Deducir, para una misma tensión de alimentación, las relaciones que existen entre:

a) La relación entre las intensidades que circulan por cada fase del estator cuando el motor se conecta en triángulo y posteriormente en estrella. b) La relación entre las intensidades que absorben de la red cuando el motor se conecta en triángulo y posteriormente en estrella.

Solución:

En el instante del arranque, la corriente de fase del motor vale, en valores modulares:

$$I_{F,a} = \frac{U_F}{Z_{cc}}$$

Cuando el estátor está conectado en estrella se tienen las siguientes relaciones entre las tensiones y corrientes de línea y fase:

$$\begin{aligned} U_{L,estrella} &= \sqrt{3} \cdot U_{F,estrella} \\ I_{L,estrella} &= I_{F,estrella} \end{aligned}$$

Cuando el estátor está conectado en triángulo se tienen las siguientes relaciones entre las tensiones y corrientes de línea y fase:

$$\begin{aligned} U_{L,triángulo} &= U_{F,triángulo} \\ I_{L,triángulo} &= \sqrt{3} \cdot I_{F,triángulo} \end{aligned}$$

Entonces, la relación entre las corrientes de fase entre el arranque en estrella y en de triángulo, es:

$$\left. \begin{aligned} I_{F,a,estrella} &= \frac{U_{F,estrella}}{Z_{cc}} = \frac{\frac{U_L}{\sqrt{3}}}{Z_{cc}} \\ I_{F,a,triángulo} &= \frac{U_{F,triángulo}}{Z_{cc}} = \frac{U_L}{Z_{cc}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{I_{F,a,estrella}}{I_{F,a,triángulo}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Análogamente, la relación entre las corrientes de línea es:

$$\left. \begin{aligned} I_{L,a,estrella} &= I_{F,a,estrella} \\ I_{L,a,triángulo} &= \sqrt{3} I_{F,a,triángulo} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{I_{L,a,estrella}}{I_{L,a,triángulo}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I_{F,a,estrella}}{I_{F,a,triángulo}} = \frac{1}{3}$$

Este procedimiento de arranque es apropiado para máquinas cuyo par resistente es débil o arrancan en vacío. Dependiendo del régimen transitorio en el momento de realizar el cambio de conexión, se puede necesitar de variantes que limiten dicho transitorio (por ejemplo, la inserción de una resistencia en el estátor al realizar el cambio a triángulo para posteriormente eliminarla).

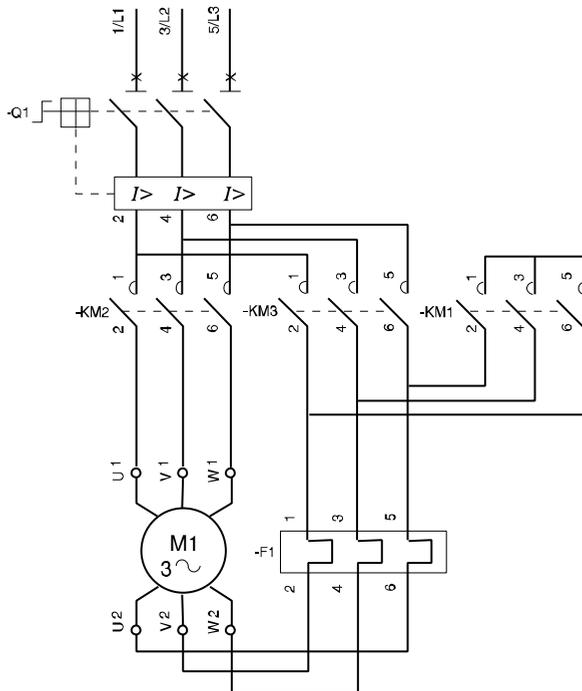


Figura 5.24. Arranque estrella-triángulo: esquema.

Las curvas características son similares a las mostradas en la Figura 5.21, situando el punto de transición en la zona de deslizamiento correspondiente a las velocidades indicadas.

5.7.5 Arranque mediante inserción de resistencias rotóricas

En los motores de anillos rozantes no se puede arrancar directamente el motor sin obtener corrientes inadmisibles en el arranque, por lo que es necesaria la inserción de elementos que limiten las mismas. En este método se insertan resistencias en serie con el rotor a través de los anillos rozantes, que se van cortocircuitando según avanza el proceso, alcanzándose la plena velocidad eliminando todas ellas. La corriente es prácticamente proporcional al par suministrado.

Este tipo de arranque se impone cuando necesitamos el par máximo que proporciona el motor en el instante inicial. Es un procedimiento muy flexible ya que se puede adaptar muy bien la forma de la curva de par según al accionamiento que se desee mover.

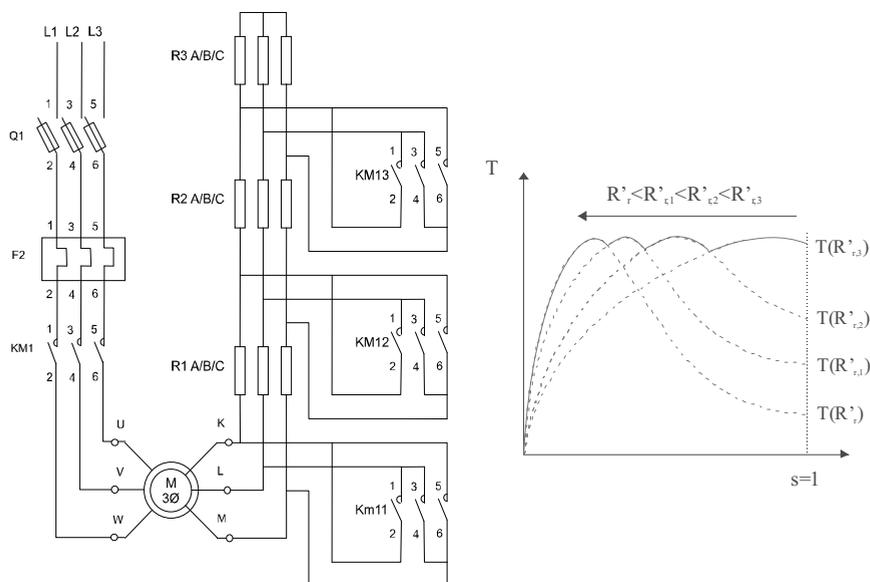


Figura 5.25. Arranque mediante inserción de resistencias en el rotor: esquema y curvas características.

Ejercicio de aplicación 5.10

Un motor de inducción trifásico de anillos rozantes, tiene un estator conectado en estrella de 4 polos. El motor funciona con una alimentación de 50 Hz y 380 V de tensión compuesta. Los parámetros del circuito equivalente son:

$$R_e = 0.5 \Omega; R'_r = 0.51 \Omega; X_{cc} = 2.7 \Omega$$

En el supuesto de despreciar la rama en paralelo del circuito equivalente y suponiendo despreciables las pérdidas mecánicas,

Determinar:

a) Par de arranque, b) velocidad para par máximo, d) par máximo, e) resistencia que debe conectarse por fase, en serie con el rotor, para obtener el par máximo en el arranque.

NOTA: La relación de espiras de primario a secundario es igual a 2 y los factores del devanado se consideran iguales a la unidad.

Solución:

En el arranque, $n=0$ y $s=1$, por lo que el par en el arranque vale:

$$T_a = m_e \cdot \frac{U_e^2}{\Omega_s} \frac{R'_r}{(R_e + R'_r)^2 + (X_e + X'_r)^2} = 3 \cdot \frac{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2}{157,08} \cdot \frac{0,51}{(0,5 + 0,51)^2 + 2,7^2} = 74,55 \text{ N}\cdot\text{m}$$

La velocidad para el par máximo y el valor del mismo se obtienen a partir de:

$$s_{\max} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_e^2 + (X_e + X'_r)^2}} = \frac{0,51}{\sqrt{0,5^2 + 2,7^2}} = 0,2586$$

$$n_{\max} = n_s \cdot (1 - s_{\max}) = \frac{60 \cdot 50}{2} \cdot (1 - 0,2586) = 1112 \text{ r.p.m.}$$

$$T_{\max} = m_e \cdot \frac{U_e^2}{\Omega_s} \frac{\frac{R'_r}{s_{\max}}}{\left(R_e + \frac{R'_r}{s_{\max}}\right)^2 + (X_e + X'_r)^2} = 3 \cdot \frac{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2}{157,08} \cdot \frac{0,51}{0,2586} =$$

$$\frac{0,51}{\left(0,5 + \frac{0,51}{0,2586}\right)^2 + 2,7^2} =$$

$$= 141,61 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Si se quiere tener el par máximo en el arranque se debe incrementar la resistencia del rotor (hay que tener en cuenta que en una máquinas de anillos rozantes, el número de fases del estátor y del rotor es el mismo, por lo que la constante de transformación de las impedancias es igual al cuadrado de la constante de transformación de las tensiones):

$$s_{\max} = 1 = \frac{R'_r + R'_{r,ad}}{\sqrt{R_e^2 + (X_e + X'_r)^2}} \Rightarrow R'_{r,ad} = \sqrt{R_e^2 + (X_e + X'_r)^2} - R'_r$$

$$R'_{r,ad} = \sqrt{0,5^2 + 2,7^2} - 0,51 = 2,24 \Omega \Rightarrow R_{r,ad} = \frac{R'_{r,ad}}{k_Z^2} = \frac{2,24}{2^2} = 0,559 \Omega$$

5.7.6 Arranque electrónico (estático o "soft starter")

El arranque electrónico (o estático, pues al realizarse la conexión y desconexión a través de semiconductores, sin piezas móviles) permite, mediante la elección de los parámetros de conmutación, un proceso muy suave. El control que se realiza para limitar la corriente limitando las prestaciones del par, se utiliza en turbomáquinas, mientras que si ajustamos el par, el arranque es óptimo cuando el par que se requiere es constante.

5.7.7 Utilización ranuras profundas y doble jaula en el rotor

Los motores de **doble jaula** poseen dos jaulas concéntricas construidas de tal manera que la jaula externa presenta una pequeña autoinducción (debida a los flujos de dispersión) y una elevada resistencia (combinando bajas secciones con conductores de latón o bronce), mientras que la interna presenta baja resistencia (con conductores de cobre o aluminio y de mayor sección) y alta autoinducción. Por otra parte, cada ranura se estrecha en el espacio que hay entre ambas jaulas, dejando sólo una rendija delgada. Así se consigue que la jaula interna presente mayor inductancia de dispersión que la jaula externa. La jaula externa, al encontrarse más cerca del entrehierro, tiene un flujo de dispersión menor, pues sus líneas de campo tienen un recorrido de mayor reluctancia por incluir en mayor proporción trayectos en el aire (fuera del hierro). Así se consigue que la jaula interna presente mayor inductancia de dispersión que la jaula externa.

Los motores de **ranura profunda** tienen una jaula cuyos conductores tienen una forma tal que su parte inferior presenta pequeña resistencia y alta autoinducción y la parte superior presenta alta resistencia y baja autoinducción.

En ambos casos el objetivo es concentrar la corriente en el arranque en la parte superior de los conductores (de alta resistencia) y en marcha normal la corriente circula preferentemente por la parte inferior, consiguiéndose así un elevado par de arranque, utilizando la variación de la frecuencia de las fuerzas electromotrices y de las corrientes inducidas en el rotor durante el arranque.

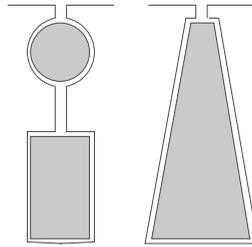


Figura 5.26. Doble jaula y doble ranura.

La forma de la curva par-deslizamiento depende del factor de jaula m definido como:

$$m = \frac{R'_r - R'_{r,0}}{X'_{r,0} - X'_r} \quad (5.37)$$

Donde $R'_{r,0}$ y $X'_{r,0}$ se definen como el valor de la resistencia y reactancia de dispersión rotórica trabajando la máquina en vacío, y R'_r y X'_r los correspondientes a los mismos parámetros para otro régimen de marcha distinto.

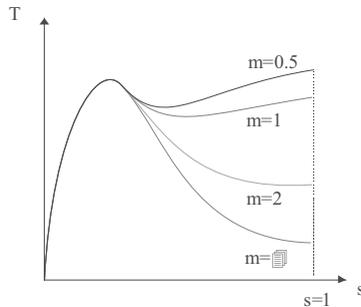


Figura 5.27. Curva par-deslizamiento.

5.8 Control de velocidad de la máquina asíncrona

El motor asíncrono o de inducción se adapta perfectamente al accionamiento de máquinas cuya velocidad debe ser sensiblemente constante. Es pues un motor de característica dura. Esta cualidad combinada con sus inherentes ventajas de simplicidad, economía, seguridad y buen rendimiento, le sitúan en primera posición con relación a los demás motores eléctricos cuando el servicio debe ser a velocidad constante. Ahora bien el caso es muy distinto cuando el accionamiento exige diversas velocidades o una variación continua dentro de límites más o menos amplios. En estas aplicaciones siguen

siendo preferidos los motores de corriente continua por la facilidad que ofrecen para la regulación de la velocidad entre amplios límites. Actualmente, el desarrollo de la electrónica de potencia está ayudando a extender el uso de las máquinas asíncronas hacia estas aplicaciones que no eran su ámbito de aplicación hasta ahora.

Los métodos de regulación o control de la velocidad, derivan de la expresión:

$$n = n_s \cdot (1 - s) = \frac{60 \cdot f}{p} (1 - s) \quad (5.38)$$

La velocidad n puede controlarse, bien se modificando la velocidad de sincronismo n_s , o bien actuando sobre el deslizamiento. La velocidad de sincronismo depende a su vez del número de pares de polos de la máquina y de la frecuencia de alimentación. Y en cuanto al deslizamiento, bastará con modificar la forma de la característica de par-deslizamiento del motor para obtener con la misma carga distintas velocidades. Esta modificación puede obtenerse, variando la tensión aplicada al motor, variando la resistencia del circuito rotórico, inyectando en el motor una tensión de igual frecuencia que la fuerza electromotriz inducida y de magnitud y fase variables.

- *Control de la velocidad por cambio del número de polos.* Con frecuencia de alimentación constante, la velocidad de sincronismo del campo magnético giratorio excitado por el estator, se modificará en razón inversa al número de pares de polos, si el devanado estatórico por simples cambios en las conexiones de las bobinas es capaz de variar el número de polos del campo. Esta solución permite obtener con cierta facilidad dos velocidades, lo cual indica que los números pares de polos se obtienen de un mismo devanado están en la relación de 1 a 2. Como el número de polos del devanado rotórico debe ser siempre igual al del estator, para no tener que alterar simultáneamente la conexión de ambos devanados los motores de inducción con conmutación del número de polos son siempre de rotor simple o doble jaula, los cuales se caracterizan por adaptar automáticamente su número de polos a los del campo de derivación estatórico.

- *Control de la velocidad mediante variación de la tensión aplicada al estator.* La regulación mediante el deslizamiento generalmente se ejecuta a través del control de la tensión de entrada al estátor. La proporcionalidad entre el par y el cuadrado de la tensión aplicada al estator nos dice que la reducción de la tensión va a incidir acusadamente en la curva par-deslizamiento, determinando un nuevo punto de estabilización de la velocidad del sistema motor-carga por bajo de la nominal, según

muestra la siguiente figura, en la cual se ha supuesto una reducción de la tensión del 30% de su valor nominal, lo que supone una disminución de la velocidad expresado como un incremento del deslizamiento con un par motor que ha variado poco:

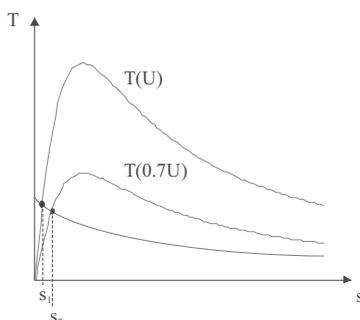


Figura 5.28. Regulación por variación de tensión.

- *Regulación de la velocidad variando la frecuencia.* La proporcionalidad entre la velocidad de sincronismo y la frecuencia sugiere inmediatamente un método simple de variación de la velocidad, aplicable cuando se dispone de una fuente independiente de corriente alterna trifásica de frecuencia regulable, o de un convertidor de frecuencia.

La regulación por variación de la frecuencia consiste en variar la frecuencia de las corrientes del estator con lo que se modifica la velocidad de sincronismo de la máquina. Para ello se alimenta el estator a través de un variador de frecuencias que permite variar la velocidad de forma continua entre un amplio margen de velocidades. Para frecuencias por debajo de la asignada interesa variar la tensión de entrada al estator en función de la frecuencia de forma que el flujo por polo sea constante independientemente de la misma, para que tanto el par máximo como el asignado sean constantes. Para frecuencias por encima de la asignada no se puede mantener el flujo por polo constante porque entonces la fuerza electromotriz inducida en el estátor sería mayor que en condiciones asignadas, lo que conllevaría que la tensión en el mismo fuera superior. Para estas frecuencias se mantiene el valor eficaz de las tensiones del estator.

La solución a base del convertidor de frecuencia es utilizada cuando el problema se limita al accionamiento de pequeños motores de inducción bipolares cuya velocidad debe superar largamente las 3000 r.p.m. Como convertidor de frecuencia se emplea un motor de inducción, de rotor trifásico bobinado y anillos rozantes, accionado por otro motor de inducción en sentido contrario al del campo giratorio.

En estas condiciones, las tensiones inducidas en el rotor, disponibles en los bornes unidos a las escobillas que frotan sobre los anillos, tienen una frecuencia igual a:

$$f = p \cdot \frac{n + n_s}{60} \quad (5.39)$$

Donde n es la velocidad del rotor impuesta por el motor de accionamiento. Si $n_s = n$, se tendrá una frecuencia de salida, doble de la frecuencia de la red y si $n = 2 \cdot n_s$ la frecuencia será el triple. Con estas frecuencias será posible alcanzar en los motores de inducción bipolares de hasta casi 6000 a 9000 r.p.m. Mediante este método, si se desea mantener la inducción en el entrehierro invariable es necesario variar proporcionalmente la frecuencia la tensión aplicada al motor.

5.9 Frenado de la máquina asíncrona

Entendemos que una máquina eléctrica funciona como freno cuando ejerce un par de sentido contrario a su velocidad. Existen varios procedimientos para que una máquina asíncrona pase a actuar como freno:

- *Frenado por recuperación de energía (frenado regenerativo)*. Consiste en hacer funcionar la máquina de inducción como generador, con lo cual ejerce un par de sentido contrario a la velocidad. Para ello hay que conseguir que la velocidad de la máquina sea superior a su velocidad de sincronismo, bien aumentando la primera o bien disminuyendo la segunda. Un ejemplo de esto es el vehículo que sube y baja una pendiente. Mientras sube, la máquina asíncrona actúa de motor y la velocidad es ligeramente inferior a la de sincronismo. Cuando baja, el vehículo aumenta su velocidad debido a la acción motora de la máquina de inducción y de su peso hasta que supera la velocidad de sincronismo. A partir de este momento, la máquina asíncrona comienza a girar con una velocidad superior a la de sincronismo y empieza a actuar de freno (de generador) alcanzándose el equilibrio cuando el par de frenado de la máquina iguale al debido al peso. De esta manera la máquina asíncrona “retiene” el vehículo impidiendo que alcance velocidades excesivas. Si la máquina de inducción está alimentada mediante un variador de frecuencia se puede hacer que actúe como generador sin que aumente su velocidad. Para ello hay que reducir la frecuencia de forma que la velocidad de sincronismo sea inferior a la de giro del rotor. De esta manera, disminuyendo gradualmente el valor de la frecuencia hasta valores muy bajos se puede ir reduciendo la velocidad hasta casi provocar la parada de la máquina. En

este frenado la máquina actúa como generador por lo que se puede recuperar la energía de frenado (menos la disipada en las pérdidas de la máquina) convirtiéndola en energía eléctrica que se devuelve a la red por el estator de la máquina asíncrona.

- *Frenado por contracorriente*. En este frenado se invierte el sentido de giro del campo magnético con respecto al de giro del rotor, por lo que la máquina empieza a funcionar con un deslizamiento superior a 1 y a ejercer un par de frenado. En este tipo de funcionamiento la máquina tiene unas corrientes muy elevadas (superiores a las de arranque) y se calienta mucho, lo que puede provocar su deterioro. Por esta razón, no debe emplearse más que en casos excepcionales o en motores especialmente diseñados. A veces se utilizan sistemas similares a los de arranque (disminuir la tensión del estator o añadir resistencias en serie con el rotor) para reducir las corrientes durante este tipo de frenado. En el caso de motores trifásicos la inversión del sentido de giro del campo magnético se consigue permutando la conexión de dos de las fases del estator. Esta inversión se puede realizar muy rápidamente, de forma que cuando ya se ha producido la inversión, la velocidad del rotor aún no le ha dado tiempo a cambiar debido a la inercia mecánica del conjunto máquina-carga. Esto hace que el motor en el instante de la inversión pase a estar actuando como freno a contracorriente en el punto. El sistema se ve ahora sometido a un par de frenado que provoca que la velocidad vaya disminuyendo rápidamente hasta que la máquina se para; En este instante se debe desconectar la alimentación del estator de la máquina asíncrona ya que de no hacerse así, la máquina volvería a actuar como motor, pero girando en sentido negativo, y acabaría por funcionar en otro punto estable.

- *Frenado por inyección de corriente continua (frenado dinámico)*. En este procedimiento de frenado se alimenta el estator con corriente continua. De esta manera en el entrehierro de la máquina aparece un campo magnético fijo que induce fuerzas electromotrices en los conductores del rotor si éste se está moviendo. Las corrientes rotóricas debidas a estas fuerzas electromotrices se combinan con el campo magnético para producir un par que trata de evitar las variaciones de flujo sobre el devanado del rotor. Por lo tanto, este par intenta que el rotor no se mueva (para que los conductores rotóricos no “vean” un campo variable). Aparece, pues, un par de frenado. Otra forma de comprender este funcionamiento es interpretar que en este caso la máquina funciona con un campo magnético giratorio cuya velocidad de sincronismo es nula (campo fijo).

Como en corriente continua en la ley de Ohm sólo intervienen las resistencias, pero no las reactancias, la tensión continua con que se alimenta el estator debe tener un valor pequeño para que no origine corrientes peligrosas.

5.10 Clases de servicio

Con el término servicio se define el ciclo de carga al que está sometida la máquina, incluidos si caben los periodos de arranque, frenado eléctrico, funcionamiento en vacío y reposo, además de su duración y su secuencia en el tiempo. El servicio, entendido como término genérico, puede tipificarse por ejemplo como servicio continuo, de duración limitada o periódico. La relación porcentual entre la duración de funcionamiento con carga y la duración total de un ciclo se define como relación de intermitencia. A continuación, sobre la base de la clasificación proporcionada en la norma IEC 60034-1, damos algunas indicaciones relativas a los tipos de servicio tomados habitualmente como referencia para indicar las características nominales del motor.

5.10.1 Tipo de servicio continuo

Para un motor correspondiente a este tipo de servicio, se especifican las características nominales a las que la máquina puede funcionar por un periodo ilimitado. Esta clase de características nominales corresponde al tipo de servicio identificado como S1 que se define como el funcionamiento a carga constante de duración suficiente que permite a la máquina alcanzar el equilibrio térmico.

5.10.2 Tipo de servicio de duración limitada

Para un motor correspondiente a este tipo de servicio, se especifican las características nominales a las que la máquina, arrancada a temperatura ambiente, puede funcionar por un periodo de duración limitado. Esta clase de características nominales corresponde al tipo de servicio identificado como S2 que se define como el funcionamiento a carga constante por un periodo de tiempo determinado, inferior al necesario para alcanzar el equilibrio térmico, seguido de un tiempo de reposo de duración suficiente para restablecer el equilibrio entre la temperatura de la máquina y la del líquido de refrigeración.

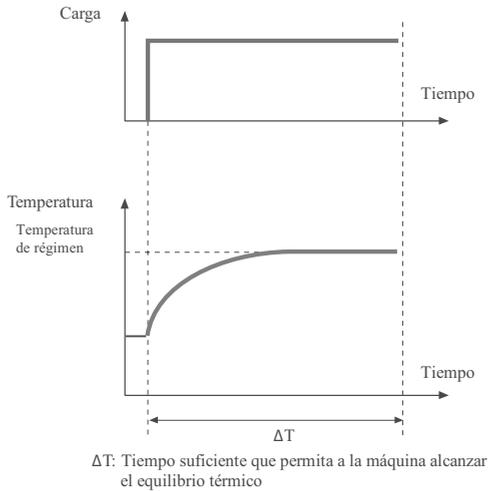


Figura 5.29. Clase de servicio S1

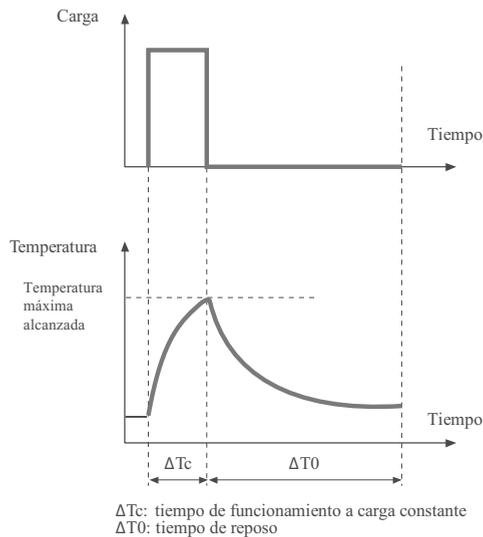


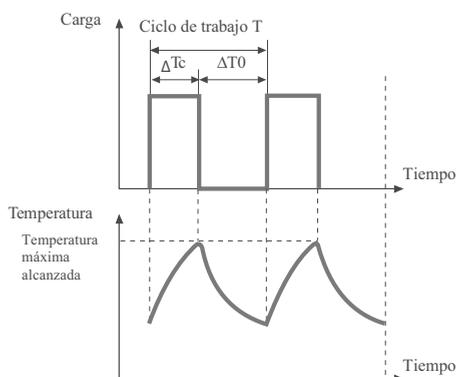
Figura 5.30. Clase de servicio S2

5.10.3 Tipo de servicio periódico

Para un motor correspondiente a este tipo de servicio, se especifican las características nominales a las que la máquina puede funcionar con ciclos periódicos. En este servicio el ciclo de carga no permite alcanzar el equilibrio térmico. Este conjunto de características nominales está ligado a una clase de servicio entre S3 y S8. Si no se especifica lo contrario, la duración de un ciclo de servicio debe ser de 10 minutos y la

relación de intermitencia debe tener uno de los siguientes valores: 15%, 25%, 40%, 60%. La relación de intermitencia se define en este caso como la relación porcentual entre la duración de funcionamiento con carga, incluidos los arranques y los frenados eléctricos, y la duración de un ciclo completo de trabajo.

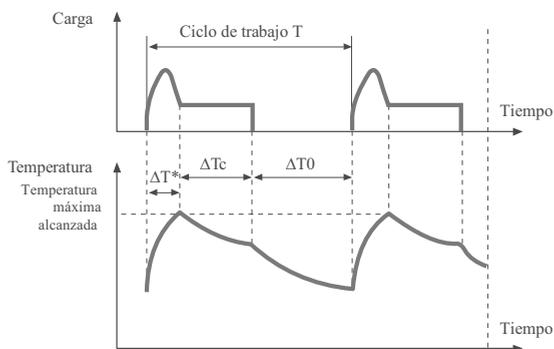
- El tipo de servicio S3 se define como la secuencia de ciclos de funcionamiento idénticos, cada uno con un tiempo de funcionamiento a carga constante y un tiempo de reposo. Se omite la contribución al recalentamiento que da la fase de arranque.



ΔT_c : tiempo de funcionamiento a carga constante
 ΔT_0 : tiempo de reposo
 Relación de intermitencia = $\Delta T_c / T$

Figura 5.31. Clase de servicio S3

- El tipo de servicio S4 se define como la secuencia de ciclos de funcionamiento idénticos, cada uno con un tiempo de arranque no despreciable, un tiempo de funcionamiento a carga constante y un tiempo de reposo.



ΔT^* : tiempo de arranque/acceleración
 ΔT_c : tiempo de funcionamiento a carga constante
 ΔT_0 : tiempo de reposo
 Relación de intermitencia = $(\Delta T^* + \Delta T_c) / T$

Figura 5.32. Clase de servicio S4.

- El tipo de servicio S5 se define como la secuencia de ciclos de funcionamiento idénticos, cada uno con un tiempo de arranque, un tiempo de funcionamiento a carga constante, un tiempo de frenado eléctrico rápido y un tiempo de reposo.

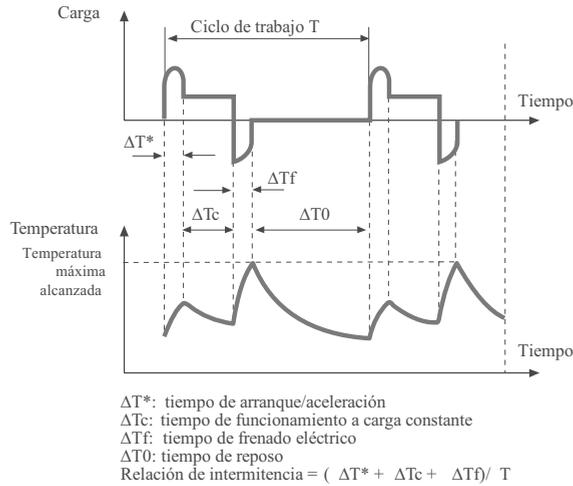


Figura 5.33. Clase de servicio S5.

- El tipo de servicio S6 se define como la secuencia de ciclos de funcionamiento idénticos, cada uno con un tiempo de funcionamiento a carga constante y un tiempo de funcionamiento en vacío y sin reposo.

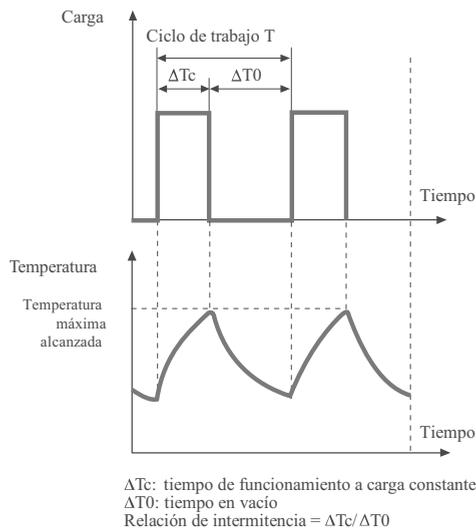


Figura 5.34. Clase de servicio S6.

- El tipo de servicio S7 se define como la secuencia de ciclos de funcionamiento idénticos, con un tiempo de arranque, un tiempo de funcionamiento a carga constante y un tiempo de frenado eléctrico sin reposo.

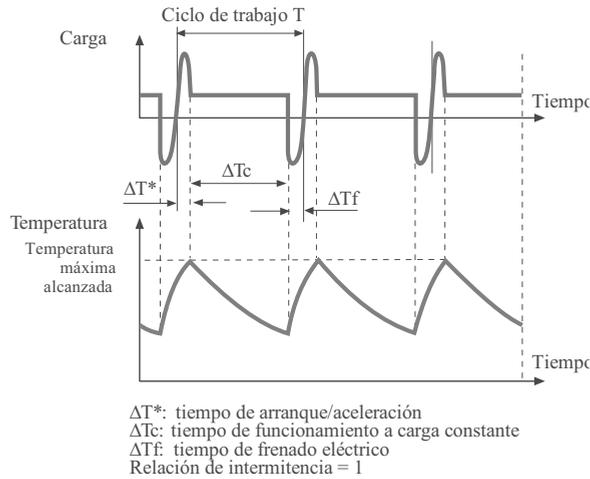


Figura 5.35. Clase de servicio S7.

- El tipo de servicio S8 se define como la secuencia de ciclos de funcionamiento idénticos, cada uno con un tiempo de funcionamiento a carga constante con velocidad de rotación preestablecida, seguido de uno o más tiempos de funcionamiento con otras cargas constantes correspondientes a distintas velocidades de rotación. No existe ningún tiempo de reposo.

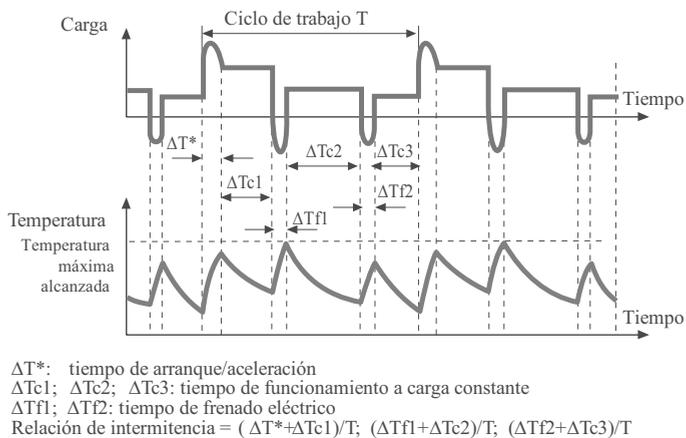


Figura 5.36. Clase de servicio S8.

5.10.4 Tipo de servicio no periódico

Para un motor correspondiente a este tipo de servicio, se especifican las características nominales a las que la máquina puede funcionar en modo no periódico. Esta clase de características nominales corresponde al tipo de servicio identificado como S9 que se define como el funcionamiento en el que generalmente la carga y la velocidad varían de forma no periódica en el campo de funcionamiento admisible. Este servicio comprende sobrecargas frecuentemente aplicadas que pueden ser considerablemente superiores a los valores de plena carga.

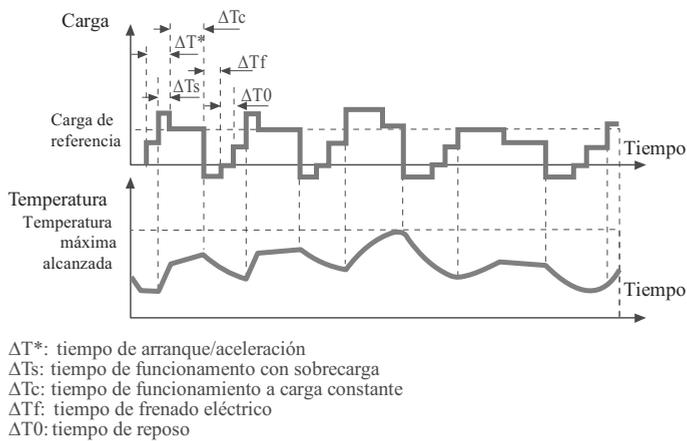


Figura 5.37. Clase de servicio S9

5.10.5 Tipo de servicio para cargas distintas constantes

Para un motor correspondiente a este tipo de servicio, se especifican las características nominales a las que la máquina puede funcionar con un número específico de cargas distintas durante un periodo de tiempo que permita a la máquina alcanzar el equilibrio térmico. La carga máxima admisible en un ciclo debe tener en consideración todas las partes de la máquina (el sistema de aislamiento, los cojinetes u otras partes relacionadas con la dilatación térmica). La carga máxima no debe exceder 1,15 veces el valor de la carga basada en el tipo de servicio S1. Pueden darse otras limitaciones para la carga máxima en términos de la limitación de la temperatura del devanado. La carga mínima puede tener valor cero cuando la máquina funciona en vacío o se encuentra en estado de reposo. Esta clase de características nominales corresponde al tipo de servicio identificado como S10 que se define como el funcionamiento que consiste en un

número específico de valores distintos de carga manteniendo cada valor durante un tiempo suficiente que permita a la máquina alcanzar el equilibrio térmico. La carga mínima durante un ciclo de servicio puede ser nula y relativa a una condición de vacío o de estado de reposo.

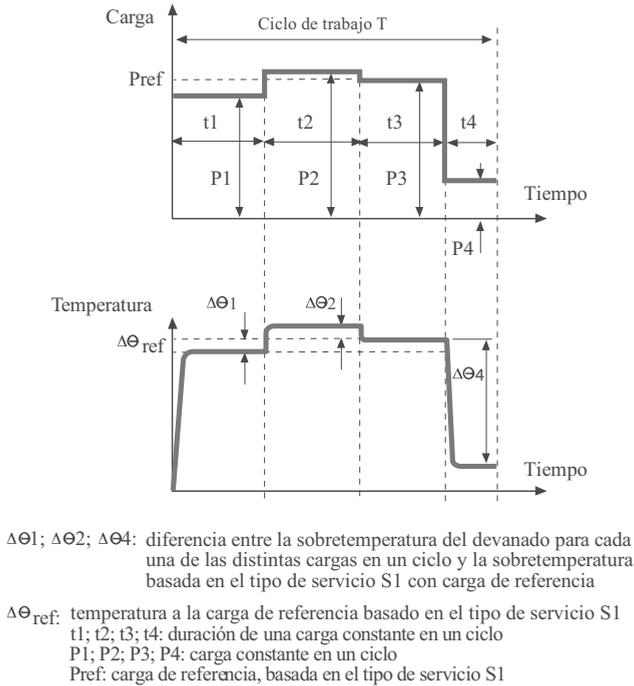


Figura 5.38. Clase de servicio S10.

5.10.6 Tipo de servicio para carga equivalente

Para un motor correspondiente a este tipo de servicio, se especifican las características nominales a las que, al final de las pruebas, la máquina puede funcionar a carga constante hasta alcanzar el equilibrio térmico y que conducen a la misma sobretemperatura del devanado estático que se obtendría al finalizar la prueba para el tipo de servicio especificado. Esta clase de características nominales, si son aplicables, corresponde al tipo de servicio identificado como "equ".

5.11 Motores asíncronos monofásicos

Los motores monofásicos, son motores con un solo devanado en el estator, que es el devanado inductor. Suelen tener potencias menores de 1kW, aunque hay excepciones

como los motores de los aires acondicionados con potencias superiores a 10kW. Se utilizan fundamentalmente en electrodomésticos, bombas y ventiladores de pequeña potencia, pequeñas máquinas-herramientas, en los mencionados equipos de aire acondicionado, etc. Se pueden alimentar entre una fase y el neutro o entre dos fases. No presentan los problemas de excesiva corriente de arranque como en el caso de los motores trifásicos de gran potencia, debido a su pequeña potencia, por tanto todos ellos utilizan el arranque directo. Pero presentan los siguientes inconvenientes:

- Se caracterizan por sufrir vibraciones debido a que la potencia instantánea absorbida por cargas monofásicas es pulsante de frecuencia doble que la de la red de alimentación.
- El par de arranque es cero. Para explicar esta última afirmación recordemos la expresión general del campo magnético en el entrehierro generado por una corriente monofásica.

$$\mathfrak{S}(t) = \frac{4 N_s}{\pi 2p} I_{\max} \cos(\omega t) \cdot \text{sen} \alpha = \frac{4 N_s}{\pi 2p} I_{\max} \frac{1}{2} [\text{sen}(\omega t + \alpha) - \text{sen}(\omega t - \alpha)] \quad (5.40)$$

El campo magnético de eje fijo y pulsante, se descompone en dos campos giratorios de velocidades opuestas con valor máximo constante. En la siguiente figura se representan los fasores correspondientes a ambos campos así como el resultante. Se observa que, al partir de la misma posición inicial y girar en sentidos opuestos con la misma velocidad absoluta, el campo resultante no cambia su posición en el espacio, es decir, no gira.

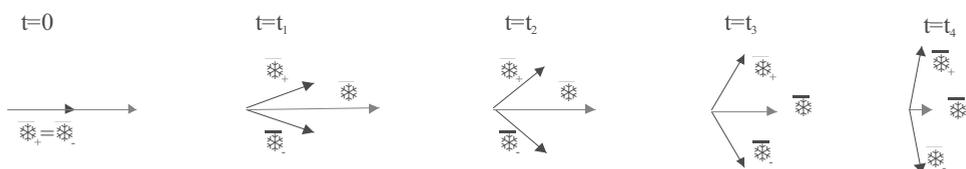


Figura 5.39. Composición de campos giratorios opuestos.

Si se representan las curvas par-velocidad de los dos campos giratorios opuestos (en azul en la Figura 5.40) y la resultante (en rojo), se observa que en las circunstancias descritas no hay par de arranque. Pero si se llevara al motor a una velocidad determinada mediante cualquier procedimiento, la máquina presentaría entonces un par no nulo que tendería a mantener el giro en el sentido inicial.

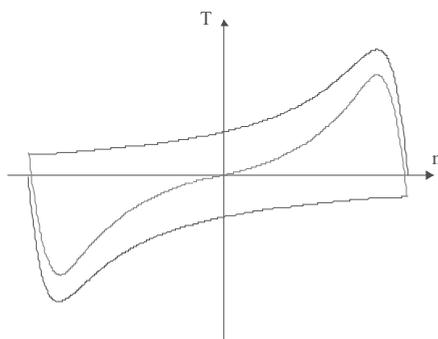


Figura 5.40. Curva par-velocidad

Si provocamos un desequilibrio en el momento del arranque, el motor comenzará a girar en uno u otro sentido, en función de cuál sea el desequilibrio aplicado, saliendo de la posición en la que la máquina no ofrece par motor.

Los sistemas ideados para el arranque de los motores asíncronos monofásicos se basan por tanto en provocar un desequilibrio entre los pares antagonistas que generan ambos campos magnéticos; se trata de motores asíncronos monofásicos que en el momento del arranque son bifásicos y se denominan *motores de fase partida*. Tienen por tanto dos devanados en el inductor (que siempre está en el estator) desplazados espacialmente $\pi/2$ radianes eléctricos:

- El devanado principal, así denominado porque es el que recibe energía durante todo el tiempo en el que el motor está funcionando.
- El devanado auxiliar, de características idénticas al principal, pero al que se le dota de unas características añadidas que permiten conseguir el desfase temporal suficiente entre las dos corrientes. Se denomina devanado auxiliar porque sólo recibe energía eléctrica en el momento del arranque, ya que posteriormente, dicho devanado se desconecta por la acción de un interruptor centrífugo. Para conseguir que las corrientes que pasen por esos devanados estén desfasadas del orden de $\pi/2$ radianes eléctricos, se utilizan dos recursos:
 - En el primero, el primer devanado principal cubre el $2/3$ de las ranuras y tiene gran reactancia y baja resistencia, mientras que el otro denominado auxiliar, cubre el resto del estator y tiene gran resistencia y baja

reactancia, de tal forma que está en serie con un interruptor centrífugo situado en el eje del motor.

- En el segundo, se añade al devanado secundario un condensador en serie, con ello se logra que la corriente que pase por la rama principal y por esta última queden desfasados casi $\pi/2$. Una vez arrancado el motor se puede desconectar el condensador.

Otra forma de obtener motores asíncronos monofásicos es la utilización de lo que se denomina *espira de sombra*. El método de la espira de sombra, se usa para los motores muy pequeños, Consiste en utilizar un estator con polos salientes. Cada polo saliente se divide en dos partes, y en una de ellas se coloca una bobina conductora que lo abraza. Por esas bobinas, cuando el flujo que pasa por ella varíe, aparecerán sendas corrientes que crearán otros tantos campos magnéticos, debilitando al flujo que los crearon oponiéndose a ellos. De esta forma se consigue debilitar el campo magnético en los polos sombreados cuando el campo está creciendo, y aguantar la magnitud del campo cuando éste está disminuyendo. El efecto total es que se tiene dos campos magnéticos pulsantes; no están desplazados en el espacio $\pi/2$ radianes (como mucho $\pi/4$), pero su efecto conjunto es la creación de un débil campo giratorio que posibilite el arranque del motor.

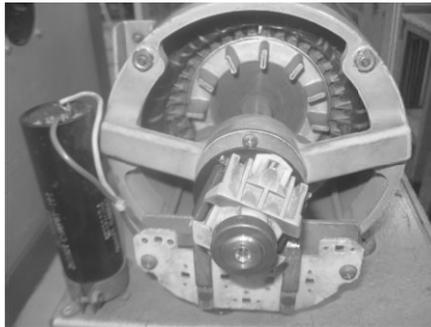


Figura 5.41. Motor de fase partida (arranque con condensador)

Espira de sombra

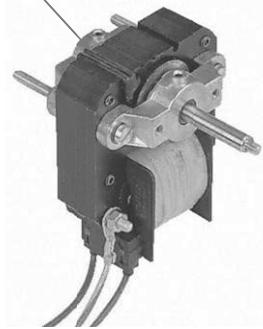


Figura 5.42. Motor de espira de sombra.
Fuente: Mellor Electric.

TEMA 6

MÁQUINAS

DE CORRIENTE

CONTINUA

TEMA 6. MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

6.1 Introducción

La gran variedad de la velocidad, junto con su fácil control y la gran flexibilidad de las características par-velocidad del motor de corriente continua, han hecho que en se emplee con maquinas de velocidad variable en las que se necesite amplio margen de velocidad y control fino de las mismas. Por ello se utiliza en un creciente número de procesos industriales que requieren una exactitud en su control o una gama de velocidades que no se puede conseguir con motores de corriente alterna, pese al precio de un motor de corriente continua es considerablemente mayor que el de un motor de inducción de igual potencia.

Los motores de corriente continua empleados en juguetes, suelen ser del tipo de imán permanente, proporcionan potencias desde algunos vatios a cientos de vatios. Los empleados en giradiscos, unidades lectoras de CD, y muchos discos de almacenamiento magnético son motores en los que el rotor es de imán fijo y sin escobillas. En estos casos el inductor, está formado por un juego de bobinas fijas, y un circuito electrónico que cambia el sentido de la corriente a cada una de las bobinas para adecuarse al giro del rotor. Este tipo de motores proporciona un buen par de arranque y un eficiente control de la velocidad.

Una última ventaja es la facilidad de inversión de marcha de los motores grandes con cargas de gran inercia, al mismo tiempo que devuelven energía a la línea actuando como generador, lo que ocasiona el frenado y la reducción de velocidad.

6.2 Aspectos constructivos

Desde el punto de vista constructivo, este tipo de máquinas están constituidas por dos núcleos de hierro, generalmente laminado, uno fijo (carcasa) y otro que gira (armadura). En ambos núcleos van ubicadas bobinas de diferentes configuraciones que crean campos electromagnéticos que interactúan, de modo que se pueda obtener o una tensión generada o bien un par motor en el eje, según la máquina trabaje como generador o motor. Generalmente, al devanado inductor ubicado en el estátor se le denomina excitación y al ubicado en el rotor se le denomina inducido.

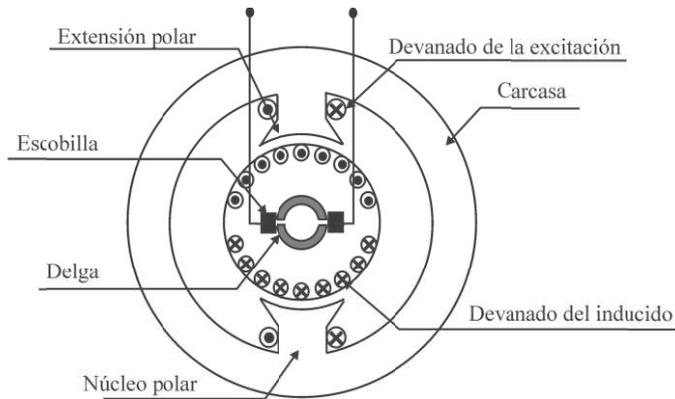


Figura 6.1. Sección de una máquina de corriente continua.

Como hemos comentado, en este tipo de máquinas existen dos campos: el primero, creado en el estator y que será fijo; y, el segundo, generado por las corrientes que circulan por las espiras del rotor. El objetivo, en el caso del motor, es el de conseguir un campo magnético en el rotor que interaccione con el del estator para producir un valor de par máximo. Para lograr esto se debe cumplir que ambos campos sean perpendiculares entre sí en todo momento. En el caso del generador, se trata de generar de la forma más eficiente posible una tensión continua en bornes del inducido y para ello se mantendrá una velocidad fija en el rotor para que sus espiras y bobinas, al moverse respecto del campo principal del rotor, proporcionen una tensión fija que se rectifica y suma en el exterior de rotor. Ambos objetivos se cumplen gracias a las escobillas y el colector de delgas.



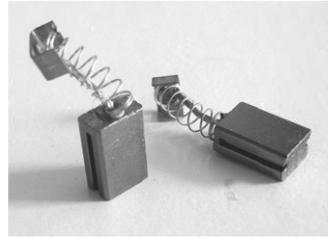
Inducido



Excitación de imán permanente



Excitación devanada



Escobillas

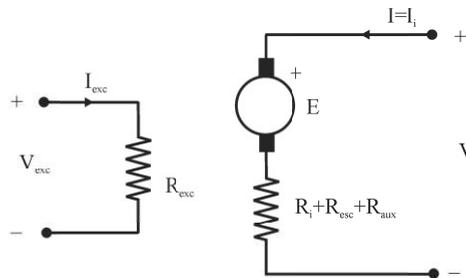


Colector de delgas

Figura 6.2. Elementos constitutivos de una máquina de corriente continua.

6.2.1 La excitación de la máquina de corriente continua

La excitación de una máquina de corriente genera un campo magnético fijo. Este campo se puede obtener por medio de imanes permanentes o mediante bobinas recorridas por corriente continua y montadas en polos salientes (suele ser el caso más habitual). Si se opta por esta segunda opción existen diversos tipos de excitación:



Motor con excitación independiente

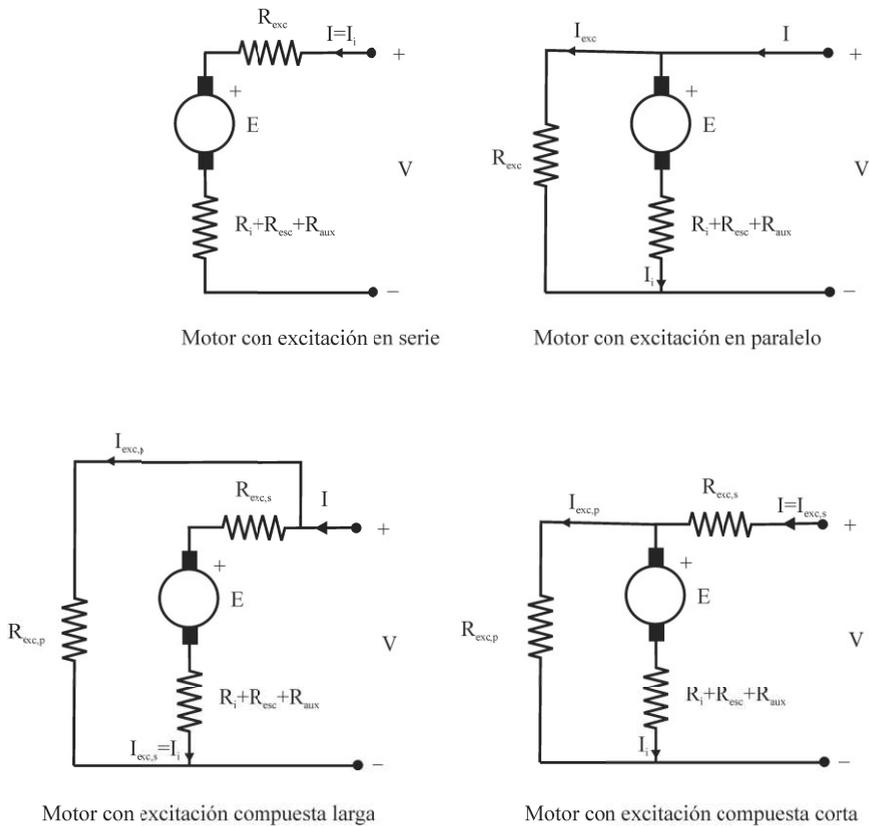


Figura 6.3. Tipos de excitación.

- Excitación independiente: La corriente que alimenta al devanado inductor es ajena a la propia máquina y procede de una fuente independiente externa.

- Autoexcitación: En este caso, la corriente de excitación procede de la propia máquina. Según la forma de obtener esta corriente se tienen tres tipos diferentes de máquinas de CC.

- Excitación Serie: devanado del inductor en serie con el de inducido.
- Excitación derivación: devanado del inductor conectado directamente a las escobillas; por lo tanto, en paralelo con el de inducido.
- Excitación compuesta o mixta: una bobina en serie y la otra en paralelo.

6.2.2 El inducido de de la máquina de corriente continua

Se entiende por devanado inducido de una máquina la totalidad del circuito eléctrico que forman el conjunto de bobinas, situadas en el inducido, así como los terminales que las une a las distintas delgas del colector o, en su caso, placa de bornes de la máquina.

Independientemente de otras consideraciones, desde este punto de vista, los bobinados se clasifican en dos grandes grupos: bobinados abiertos y cerrados. Los bobinados abiertos son característicos en las máquinas de corriente alterna, y podemos definirlos como aquellos que presentan terminales libres para su posterior conexión a los anillos colectores o a la placa de bornes de la máquina. Los bobinados cerrados se utilizan en las máquinas de corriente continua y, a diferencia de los anteriores, no existen terminales libres constituyendo así un circuito cerrado.

En las máquinas de corriente continua, la forma de conectar entre sí las distintas bobinas da origen a los distintos tipos de arrollamientos conocidos. Cada una de las bobinas tiene los siguientes elementos diferenciados:

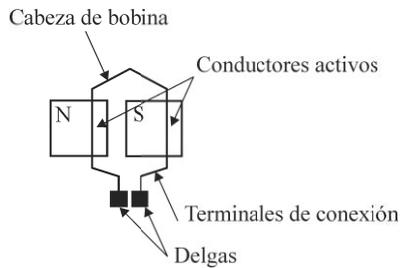


Figura 6.4. Partes de una espira.

Para caracterizar un devanado del inducido de una máquina de corriente continua, se definen los siguientes parámetros:

- k: número de ranuras del inducido.
- p: número de pares de polos de la máquina.
- r: radio del inducido.
- τ_p : paso polar en unidades de longitud o distancia medida sobre la periferia del inducido, entre dos polos consecutivos.

$$\tau_p = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2 \cdot p} \quad (6.1)$$

- Y_p : paso polar en ranuras.

$$Y_p = \frac{k}{2 \cdot p} \quad (6.2)$$

- Y_1 : paso de bobina o distancia comprendida entre el lado activo principio de una bobina y el lado activo final de la misma bobina.
- Y_2 : paso de conexión en un devanado o distancia que existe entre el lado activo final de una bobina y el lado activo principio de la inmediata con la que se encuentra conectada.
- Y : paso resultante o distancia entre el lado activo, principio de una bobina y el lado activo principio de la siguiente.
- Y_{col} : paso de colector o número de delgas que es necesario recorrer desde el inicio del lado activo de una bobina hasta el comienzo del lado activo de la bobina con la cual está conectada.

Cuando el paso de bobina es exactamente igual al paso polar, nos encontramos ante la bobina de paso diametral. Si el paso de bobina es mayor que el paso polar, diremos que la bobina es de paso alargado y en caso contrario acortado.

La forma de conectar los terminales de las distintas bobinas en las delgas del colector, clasifica los bobinados de las máquinas de corriente continua en dos grandes grupos: bobinados imbricados y bobinados ondulados.

- Imbricados: $Y = Y_1 - Y_2$
- Ondulados: $Y = Y_1 + Y_2$

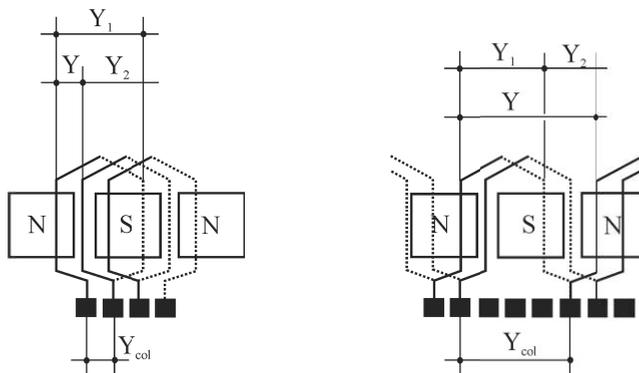


Figura 6.5. Devanados imbricados (izquierda) y ondulados (derecha).

6.3 Principio de funcionamiento

La Figura 6.6 muestra la máquina de corriente continua elemental sobre la que se va a explicar el funcionamiento de este tipo de máquinas:

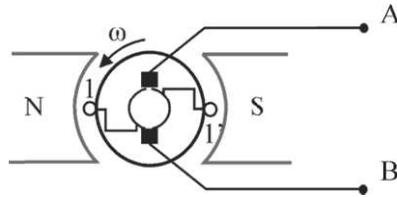


Figura 6.6. Máquina elemental.

La excitación genera un campo magnético constante y el devanado del inducido, que consiste en una espira, que se indica mediante sus dos lados activos, 1 y 1', colocados diametralmente opuestos sobre el rotor, siendo paralelos los conductores al eje cuyos terminales de conexión son accesibles desde el exterior (puntos A y B) a través del colector de delgas y las escobillas.

Al rotor se le hace girar, normalmente a una velocidad constante, mediante una fuente externa de energía mecánica acoplada al eje de la máquina. El valor medio de la fuerza electromotriz inducida en una espira vale:

$$E_{med} = \frac{1}{T/2} \int_{-\pi}^{\pi} d\phi = \frac{4 \cdot \pi \cdot \phi}{T} = \frac{4 \cdot p}{60} \cdot n \cdot \phi \quad (6.3)$$

Las bobinas que forman el devanado inducido (entendiendo por bobina un conjunto de espiras) deben encontrarse dispuestas sobre la periferia del inducido del tal forma que, en todo momento, las fuerzas electromotrices inducidas en los dos lados activos de la bobina tengan sentido relativo opuesto, con el fin de que la fuerza electromotriz total generada por la bobina sea la suma de las proporcionadas por cada uno de los lados activos. Para que la tensión inducida sea la máxima, el ancho de bobina debe ser igual a un paso polar.

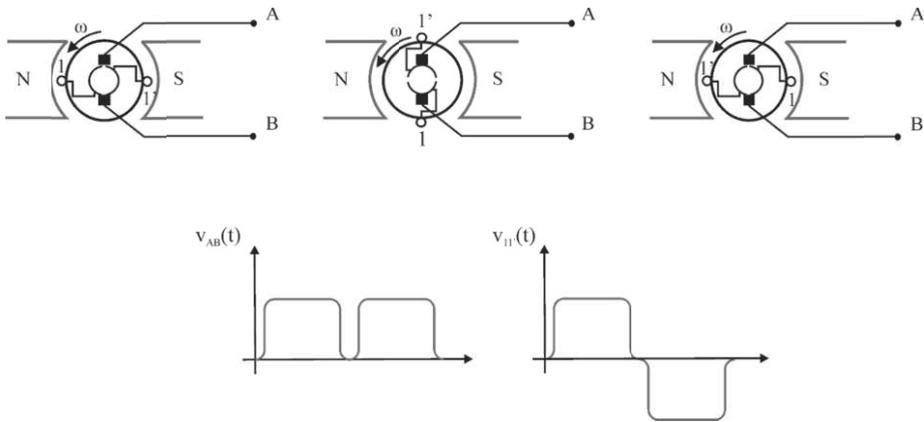


Figura 6.7. Diferencia de potencial externa e interna en bornes de la bobina.

El conjunto de conductores que forman cada uno de los lados activos de las bobinas, desde el punto de vista eléctrico, podemos considerarlos como un conjunto de generadores individuales, conectados en serie, y de una fuerza electromotriz igual a la suma de las fuerzas electromotrices generadas en cada uno de ellos.

Para "extraer" de la máquina la f.e.m. inducida (caso de generadores) o "inyectar" en los conductores una corriente proveniente de un circuito externo (caso de los motores), se hace necesario la utilización del conjunto colector-escobillas lo que permitirá la conexión eléctrica entre la parte giratoria y estática de la máquina.

Es interesante observar la necesidad de situar las escobillas en la zona neutra de la máquina. Ello nos permite obtener un máximo de fuerza electromotriz en los bornes.

Asimismo, la posición de la línea de escobillas, divide al conjunto de bobinas del inducido en varias ramas en paralelo, dependiendo estas del tipo de bobinado utilizado así como del número de polos de la máquina. El circuito equivalente sería el representado en la Figura 6.8, y la tensión externa medida en bornes de las escobillas viene representada en la Figura 6.9.

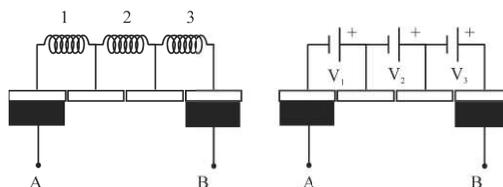


Figura 6.8. Circuito equivalente para tres espiras en serie.

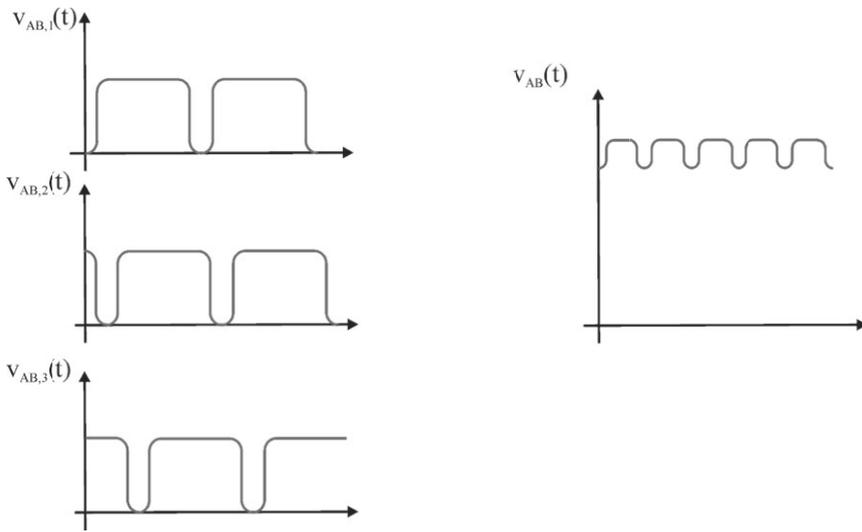


Figura 6.9 Superposición de las fuerzas electromotrices de las espiras del inducido.

Si la máquina tiene Z conductores en total y el inducido consta de c pares de circuitos en paralelo, el número de espiras en serie vale $Z/4c$ y la fuerza electromotriz resultante vale entonces:

$$E = \frac{Z \cdot p}{60 \cdot c} \cdot n \phi = k_E \cdot n \phi \quad (6.4)$$

La potencia mecánica interna desarrollada por la máquina se puede expresar en términos eléctricos como producto de la fuerza electromotriz inducida en las bobinas por la corriente que circula por el conjunto del inducido, o en términos mecánicos como producto del par mecánico interno por la velocidad angular de la máquina. Se obtiene el par de la máquina según:

$$\left. \begin{aligned} P_{mi} &= T_{mi} \cdot \Omega = T_{mi} \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot n \\ P_{mi} &= E \cdot I_i = \frac{Z \cdot p}{60 \cdot c} \cdot n \phi \cdot I_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow T = \frac{Z \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot c} \cdot \phi I_i = k_T \cdot \phi I_i \quad (6.5)$$

6.4 Reacción de inducido

En el estudio de la relación de tensiones en la máquina de corriente continua se estableció su ecuación general. Esta ecuación es válida siempre y cuando el flujo principal en la

máquina permanezca constante e independiente del régimen de carga. La presencia de este flujo, llamado flujo de reacción, aporta un conjunto de inconvenientes en el funcionamiento de la máquina y que se concreta en lo siguiente:

- Deformación del campo magnético en la máquina, lo que da origen al desplazamiento de la línea neutra teórica.
- Aumento considerable de las pérdidas en el hierro al existir una mayor densidad de flujo.
- Disminución del flujo útil originando una menor f.e.m. inducida.
- Inconvenientes en el proceso de conmutación como se indicará en el apartado siguiente.

Cuando solamente está alimentado el devanado inductor sin que circule corriente por el inducido, como ocurre en el caso de la máquina de corriente continua, funcionando como generador en vacío, la distribución de flujo y la curva de inducción (en una máquina bipolar) son las representadas en la Figura 6.10.

La forma de la inducción en el entrehierro es de forma triangular (Figura 6.11), evolucionando linealmente bajo las superficies polares y disminuyendo de forma considerable en la zona interpolar debido al importante aumento del entrehierro (gran reluctancia) y la fuerza electromotriz inducida reproduce la misma forma en el tiempo.

Si finalmente consideramos la presencia simultánea de ambos campos, el campo magnético resultante será la superposición de ambos campos, siendo la inducción total la suma algebraica de las inducciones debidas al inductor y al efecto de reacción de inducido, en el supuesto de un comportamiento lineal (circuito magnético no saturado).

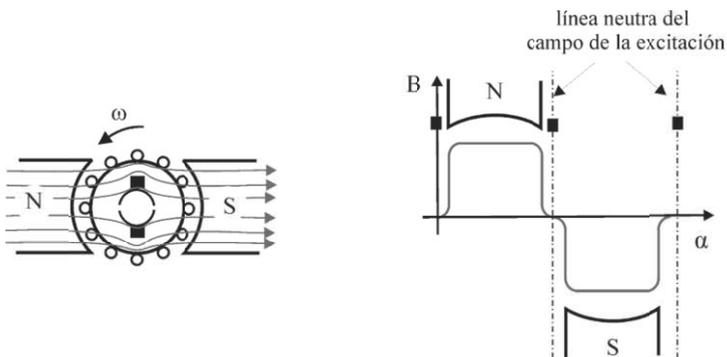


Figura 6.10. Campo en vacío.

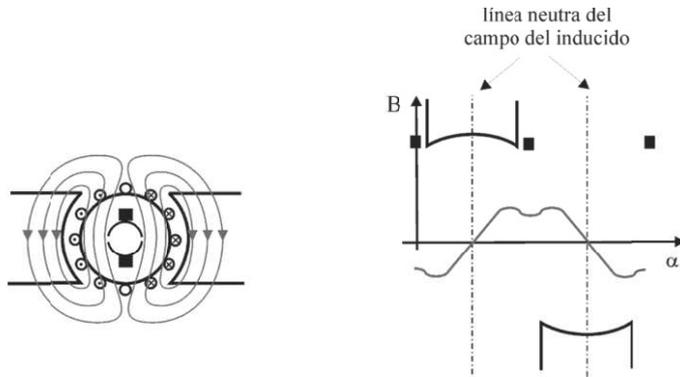


Figura 6.11. Reacción de inducido.

Como consecuencia de esta nueva distribución de flujo en el entrehierro, se observa lo siguiente (Figura 6.12):

- La presencia del flujo de reacción origina una deformación en el campo magnético resultante en la máquina.
- La línea neutra real ha sido desplazada en el sentido de giro del inducido, respecto de la teórica, lo que da origen a que las bobinas que están conmutando tengan fuerzas electromotrices inducidas no nulas.

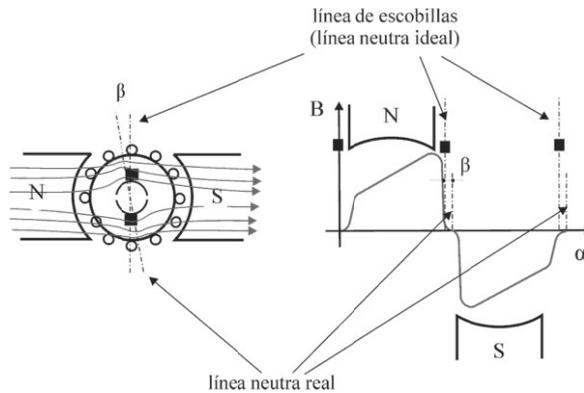


Figura 6.12. Campo resultante

Como consecuencia de esta nueva distribución de flujo en el entrehierro, se observa lo siguiente:

- La presencia del flujo de reacción origina una deformación en el campo magnético resultante en la máquina.

- La línea neutra real ha sido desplazada en el sentido de giro del inducido, respecto de la teórica, lo que da origen a que las bobinas que están conmutando tengan fuerzas electromotrices inducidas no nulas.

Este desplazamiento de escobillas en el sentido de giro de la máquina, un cierto ángulo β , da lugar a una inversión del sentido de la corriente en el conjunto de conductores comprendidos dentro de este ángulo. Este fenómeno es conocido como reacción longitudinal de inducido. Este campo no produce distorsión alguna en el campo principal, afectando al valor del flujo útil disponible en la máquina. El flujo de reacción transversal, modifica la forma de la curva de inducción produciéndose, efectos de saturación magnética y consecuentemente una disminución del flujo útil.

Para evitar los efectos perjudiciales que la presencia del flujo transversal produce en las máquinas, las técnicas que generalmente se utilizan se basan en procedimientos que eviten la deformación en la forma de la onda de inducción o en la creación de un campo que anule el de reacción de inducido. Actuando sobre la forma geométrica de las masas polares, de tal forma que el entrehierro no sea constante sino que presente una reluctancia variable. El procedimiento utilizado para eliminar el flujo de reacción está basado en la creación de un campo igual y de sentido contrario al de reacción en lo que se denomina devanado de compensación, tal y como muestra la Figura 6.13.

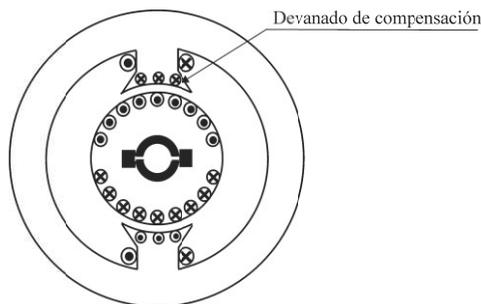


Figura 6.13. Devanado de compensación.

6.5 El proceso de la conmutación entre delgas

Cuando se explicó el principio de funcionamiento de la máquina, se hizo referencia a los sentidos de las fuerzas electromotrices inducidas en función de la posición bajo polo que, en todo momento, ocupaban las distintas espiras del devanado inducido, produciéndose una inversión cuando la espira dejaba la influencia de un polo y entraba

bajo la acción del otro. Esta inversión se produce justamente cuando las escobillas cortocircuitan las delgas a las que se encuentran conectadas dichas espiras.

Cuando la máquina está funcionando en carga, los valores de las corrientes pueden ser muy elevados, produciéndose una inversión en el sentido de las corrientes cuando las espiras pasan por las escobillas, dando lugar a un conjunto de fenómenos, más o menos controlables, y que globalizan el efecto conocido como "conmutación".

Llamando:

- $D = n^\circ$ de delgas del colector.
- $n =$ revoluciones por minuto.
- $D_c =$ diámetro del colector.
- $b_e =$ ancho de escobilla.
- $b_d =$ ancho de delga.

El tiempo de conmutación T , en segundos, será:

$$T = \frac{b_e}{\pi \cdot n \cdot D_c} = \frac{60 \cdot b_e}{D \cdot n \cdot b_d} \quad (6.6)$$

Si se cumple que $b_e = b_d$:

$$T = \frac{60}{D \cdot n} \quad (6.7)$$

La variación de corriente, durante el tiempo de conmutación, la podemos representar en un sistema de ejes tal como se indica en la figura.

La forma de variar la corriente es de suma importancia para conseguir una buena conmutación. Desde el comienzo del proceso, la corriente por la espira i debe disminuir, dando lugar a que la corriente i_1 disminuya y la corriente i_2 vaya aumentando, para que al abandonar la escobilla la delga 1, la corriente i_1 valga 0, evitando que se produzcan chispas en el colector.

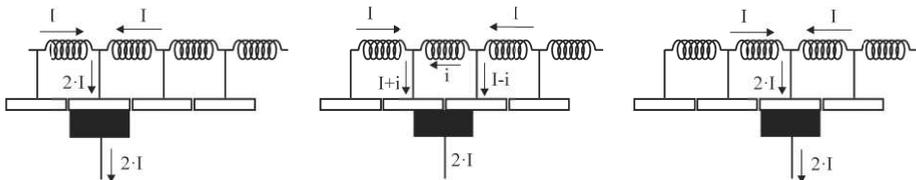


Figura 6.14. Proceso de conmutación.

Generalmente, la disminución de la corriente i por la espira en conmutación se ve en parte contrarrestada por la fuerza electromotriz generada por el desplazamiento de la espira dentro del campo de reacción transversal, así como por la fuerza electromotriz autoinducida por la variación de corriente en la espira.

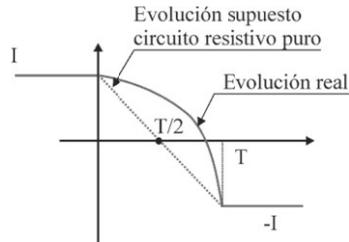


Figura 6.15. Evolución de la corriente en una delga.

En el circuito cerrado que forman la espira en conmutación, las delgas en las que se encuentra conectada y la escobilla que la cortocircuita, y aplicando la 2ª Ley de Kirchhoff, se cumple:

$$e_r + e_a = r i + U_{e1} - U_{e2} \quad (6.8)$$

Donde se definen los siguientes parámetros:

- e_r : Fuerza electromotriz generada por el flujo de reacción transversal.
- e_a : Fuerza electromotriz autoinducida por la variación de corriente en la espira.
- r : Resistencia que presenta la espira.
- U_{e1} : Caída de tensión por la resistencia de contacto de la delga 1 con la escobilla.
- U_{e2} : Caída de tensión por la resistencia de contacto de la delga 2 con la escobilla.

La conmutación ideal en las máquinas de corriente continua será posible cuando las densidades de corriente permanezcan constantes durante el proceso de conmutación.

Para conseguir aproximarnos a la situación ideal es necesario generar, en la espira que conmuta, una fuerza electromotriz llamada de conmutación cuya variación en el tiempo consiga una conmutación lineal. Este efecto se puede obtener, bien desplazando la línea de escobillas a la línea neutra real (decalado de escobillas) o bien creando un campo que genere la fuerza electromotriz de conmutación.

El procedimiento más generalizado consiste en situar en las zonas neutras de la máquina unos polos auxiliares (polos de conmutación), cuya función es crear el campo que genere la fuerza electromotriz de conmutación en la espira que conmuta.

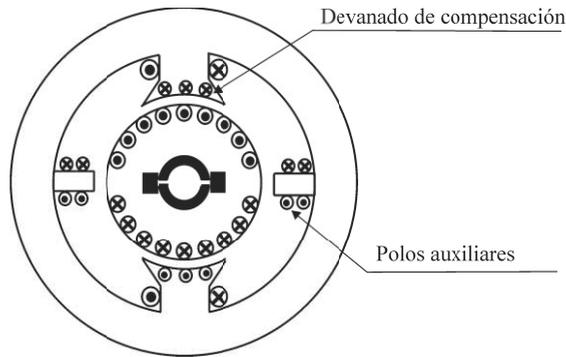


Figura 6.16. Polos auxiliares.

6.6 Generadores de Corriente Continua

El generador de corriente continua, considerado como una fuente de tensión continua, debiera, en el caso ideal, entregar en bornes de la armadura un voltaje continuo V de magnitud independiente de la carga que está alimentando. Sin embargo, en la práctica existen caídas internas de voltaje que hacen disminuir V a medida que la corriente I solicitada por la carga, aumenta. De este modo, la curva voltaje-corriente en carga para una velocidad n y excitación constantes es una de las curvas que determinan el funcionamiento de los generadores de corriente continua y a través de la misma se va explicar el funcionamiento de los mismos.

6.6.1 Generador de excitación independiente

El circuito equivalente de la Figura 6.17 permite analizar su comportamiento a través de ecuaciones simples que se derivan del mismo circuito.

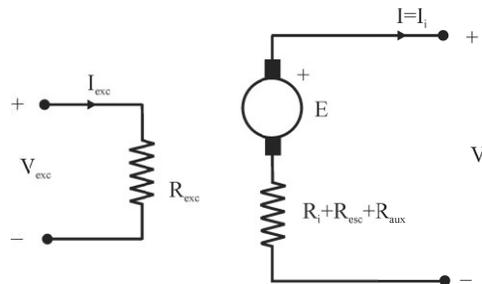


Figura 6.17. Generador con excitación independiente.

$$E = V + I \cdot (R_t + R_{exc} + R_{aux}) \quad (6.9)$$

$$E = k_E \cdot n \phi \quad (6.10)$$

$$V_{exc} = I_{exc} \cdot R_{exc} \quad (6.11)$$

$$I_i = I \quad (6.12)$$

Con el modelo considerado y las ecuaciones anteriores, esta característica se calcula con la ecuación:

$$V = E - I \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux}) = k_E \cdot n \phi - I \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux}) \quad (6.13)$$

Se deduce que la característica de carga es una recta de pendiente negativa pequeña, puesto que en general los valores de las resistencias del inducido, de los devanados auxiliares y la resistencia de contacto de las escobillas son pequeños. Además, la presencia de los devanados auxiliares hace que la disminución de la fuerza electromotriz inducida al estar el generador en carga, pueda ser considerada despreciable.

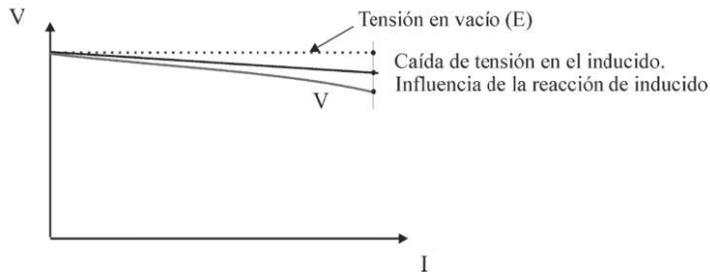


Figura 6.18. Característica externa para generador con excitación independiente.

6.6.2 Generador de excitación en derivación o paralelo

A partir del circuito de la Figura 6.19:

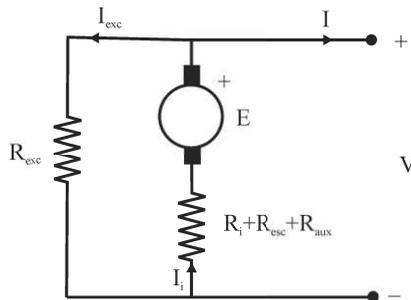


Figura 6.19. Generador con excitación paralelo.

Las ecuaciones que describen el comportamiento de este tipo de generador son:

$$E = V + I \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux}) \quad (6.14)$$

$$E = k_E \cdot n \phi \quad (6.15)$$

$$V = I_{exc} \cdot R_{exc} \quad (6.16)$$

$$I_i = I + I_{exc} \quad (6.17)$$

El generador shunt es denominado generador auto-excitado, debido que existe un proceso de realimentación positiva como el que se muestra en la Figura 6.20. En la práctica, si la máquina ha generado tensión al menos una vez, existe un flujo remanente que permiten que aparezca una pequeña tensión inducida en los bornes de la máquina. Al conectar una carga, este voltaje produce una corriente de excitación $I_{exc,1}$ la cual provoca una elevación de la tensión que hará que la corriente de campo aumente y así sucesivamente.

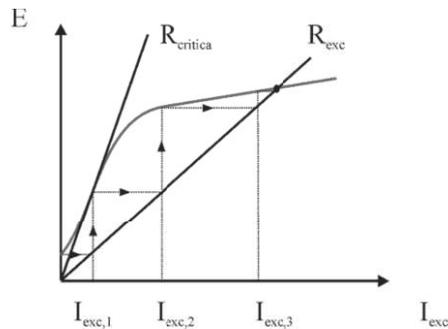


Figura 6.20. Autoexcitación del generador con excitación paralelo.

El proceso se auto-limita gracias a la característica de saturación del material ferromagnético estabilizándose los valores de tensión y corriente generadas de acuerdo a la velocidad de giro del eje y el valor de la resistencia de excitación. Esto se observa gráficamente en el punto de intersección de la curva de saturación en vacío y la recta que pasa por el origen con la pendiente correspondiente a una resistencia de excitación determinada. El fenómeno de auto-excitación descrito requiere de ciertas condiciones para poder llevarse a cabo:

- Debe existir un flujo remanente.

- El flujo generado en primera instancia debe sumarse al flujo remanente existente (de lo contrario el campo se debilita y no se produce la generación).
- El valor de la resistencia de la excitación debe ser menor a un cierto valor crítico. En el caso de resistencias mayores el punto de estabilización no tiene solución ya que las curvas mencionadas solo coinciden en el origen.

Si la resistencia de campo es muy elevada, la corriente que se establece al conectar la carga resulta insuficiente para elevar la tensión y el fenómeno de auto-excitación no se produce. En la práctica, al momento de comenzar a generar la resistencia de campo no debe superar un valor de resistencia crítico que está dado por la pendiente de la recta tangente a la curva de saturación del material ferromagnético.

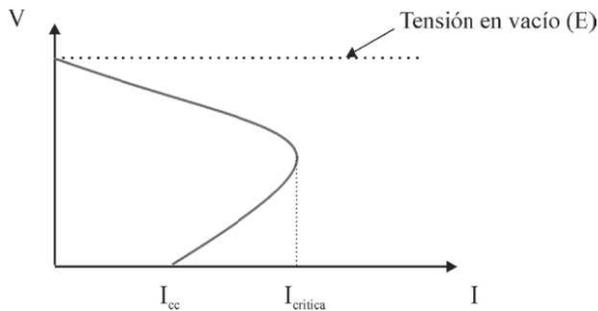


Figura 6.21. Característica externa del generador con excitación shunt.

En un primer tramo la curva característica es similar a la del generador con excitación independiente, sin embargo las pérdidas por concepto de reacción de inducido (entre otros) son mayores debido a que las variaciones en la tensión externa también afectan la excitación del generador.

Además se aprecia que existe un valor crítico de corriente, a partir del cual el voltaje en la carga cae bruscamente. En efecto, si se considera que la carga eléctrica comienza a demandar una corriente mayor que un cierto valor crítico (dado por la máxima potencia factible de suministrar) el voltaje en bornes de la armadura comienza a decrecer, debilitando el campo que excita la máquina, lo cual hace decrecer aún más el voltaje. En el caso más extremo, si se cortocircuita la carga, el voltaje en los terminales de la armadura es cero, consecuentemente la corriente de excitación es cero y la única corriente circulante es la que

produce la tensión debida al flujo remanente (que tiene un valor mínimo). Por este motivo se dice que el generador shunt se auto-protecte de los cortocircuitos.

Ejercicio de aplicación 6.1

Un generador de CC, tetrapolar, de excitación en derivación, de 290 V y 30 kW, cuyo inducido tiene dos circuitos en paralelo, tiene la siguiente característica de vacío a 1200 r.p.m:

$E(V)$	64	128	254	310	342	376	394
$I_{exc}(A)$	0.25	0.5	1	1.25	1.5	2	2.5

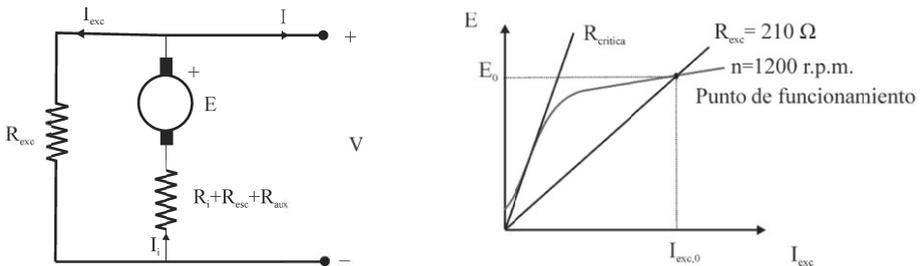
La resistencia de la excitación vale 210 Ω y la máquina tiene 800 conductores activos.

Calcular:

a) La fuerza electromotriz en vacío, b) flujo en vacío c) fuerza electromotriz si $n=1300$ r.p.m., y d) resistencia crítica, e) velocidad crítica de la máquina.

Solución:

Si se atiende al circuito equivalente y representamos la curva de vacío para la velocidad considerada, y sobre el mismo plano, despreciando la caída de tensión en la resistencia del circuito del inducido (lo que implica que $E \approx V_0$), la tensión en la excitación en vacío, la intersección de ambas funciones proporciona el punto de funcionamiento:



En este caso, la intersección proporciona un valor $E_0 = 360$ V.

Si se tiene en cuenta que:

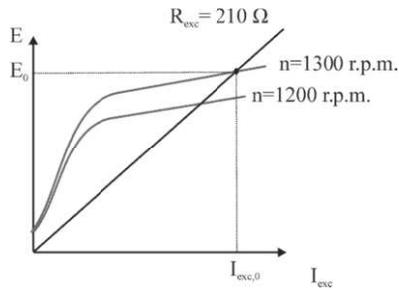
$$E = \frac{Z \cdot p}{60 \cdot c} \cdot n \cdot \phi \Rightarrow \phi_0 = E_0 \frac{60 \cdot c}{Z \cdot p \cdot n} = 360 \frac{60 \cdot 2}{800 \cdot 2 \cdot 1200} = 2,6 \text{ mWb}$$

Para determinar la curva de excitación a 1300 r.p.m, suponiendo linealidad entre el flujo, se pueden comparar los estados en función de la velocidad:

$$E = k_E \cdot n \cdot \phi = k'_E \cdot n \cdot I_{exc}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_E \cdot n_1 \cdot \phi_1}{k_E \cdot n_2 \cdot \phi_2} = \frac{k'_E \cdot n_1 \cdot I_{exc,1}}{k'_E \cdot n_2 \cdot I_{exc,2}} = \frac{n_1 \cdot I_{exc,1}}{n_2 \cdot I_{exc,2}} = \frac{1200 \cdot I_{exc,1}}{1300 \cdot I_{exc,2}}$$

De esta forma se reconstruye la curva de vacío. El nuevo punto de funcionamiento proporciona una fuerza electromotriz en vacío $E_0 = 402 \text{ V}$.



La resistencia crítica se obtiene estimando la pendiente inicial de la curva de magnetización. Por ello, utilizando el primer punto de la curva del enunciado:

$$R_{critica} = \frac{64}{0,25} = 256 \text{ } \Omega$$

Al disminuir la velocidad de la máquina y modificarse la característica de vacío, puede suceder que la pendiente marcada por la resistencia de excitación supere la inicial de la nueva curva.

$$\frac{n_{critica}}{n} = \frac{R_{exc}}{R_{critica}} \Rightarrow \frac{n_{critica}}{1200} = \frac{210}{256}; \quad n_{critica} = 980 \text{ r.p.m.}$$

6.6.3 Generador de excitación en serie

El circuito equivalente es, en este caso:

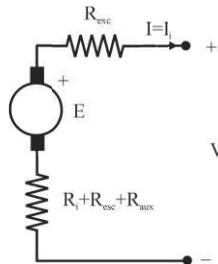


Figura 6.22. Generador con excitación serie.

Y las ecuaciones que describen el comportamiento son:

$$E = V + I \cdot (R_i + R_{esc} + R_{aux} + R_{exc}) \quad (6.18)$$

$$E = k_E \cdot n \phi \quad (6.19)$$

$$I_i = I = I_{exc} \quad (6.20)$$

El generador de C.C. en configuración serie presenta una característica externa creciente. El funcionamiento de este generador es muy similar al caso anterior, el flujo remanente posibilita la existencia de una corriente inicial que excita el campo, aumentando la tensión generada, consecuentemente la corriente y así sucesivamente hasta saturar el núcleo. De esta manera, en un primer tramo (zona lineal del material ferromagnético) el voltaje generado crece en forma prácticamente lineal al igual que la tensión generada en vacío, en este caso la diferencia entre las curvas se explica debido principalmente a las pérdidas en el cobre las cuales crecen linealmente con el aumento de corriente.

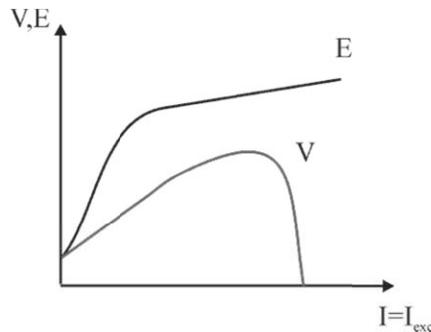


Figura 6.23. Característica externa del generador con excitación serie.

Pasado el nivel de corriente nominal, el núcleo se satura, razón por la cual el voltaje en bornes queda limitado y por ende el valor de la corriente del circuito (corriente de carga). En esta situación, se dice que el generador está en zona de corriente constante.

Es importante notar que en la zona de corriente constante la caída de tensión se explica por un efecto predominante de la reacción de inducido que se suma a las pérdidas de Joule del generador. Esta particularidad es aprovechada sobre todo en aplicaciones de soldadura de arco, donde al momento de tocarse los electrodos (antes de soldar) el voltaje es bajo y la corriente que fluye es alta y al momento de separar los

electrodos el voltaje aumenta bruscamente y la corriente se mantiene en un valor alto lo que propicia la aparición del arco eléctrico y permite el proceso de soldadura.

Ejercicio de aplicación 6.2

Un generador de CC, de excitación serie tiene la siguiente característica de vacío, y de reacción en inducido a 1200 r.p.m:

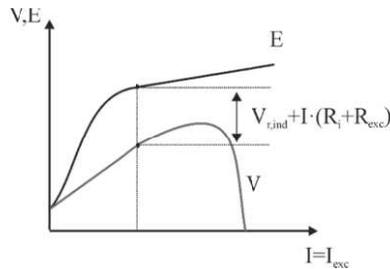
$E(V)$	50	75	99	117	131	140	146	147
$I(A)$	10	15	20	25	30	35	40	45
$V_{r,ind}(V)$	3	5.5	8	11	14	18	27	37

Determinar:

a) La característica externa, y la velocidad a la que debe girar el generador para proporcionar 25 amperios a 110 voltios. La resistencia del inducido es de 0.25Ω y la de la excitación 0.056Ω

Solución:

La característica externa se obtiene sustrayendo de la tensión en vacío, el valor correspondiente a la reacción de inducido para cada valor de corriente y la caída de tensión en las resistencias consideradas:



$V(V)$	45	66	85	98.5	108	112	107	96
$I(A)$	10	15	20	25	30	35	40	45

Quando la velocidad del generador es de 1200 r.p.m, para extraer una corriente de 25 A implica que el generador proporciona 98.5 V. Para proporcionar 110 V a 1200 r.p.m, se necesita una fuerza electromotriz en carga:

$$E - V_{r,ind} = V + I_i \cdot (R_i + R_{exc}) = 117,6 V$$

Suponiendo linealidad entre flujo y corriente de excitación y como el valor de la intensidad se mantiene constante:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_E \cdot n_1 \cdot \phi_1}{k_E \cdot n_2 \cdot \phi_2} = \frac{k'_E \cdot n_1 \cdot I_{exc,1}}{k'_E \cdot n_2 \cdot I_{exc,2}} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_2 = 1200 \frac{117,7}{106} = 1336 \text{ r.p.m.}$$

6.6.4 Generador de excitación compuesta

Tal como fue mencionado, son aquellas máquinas de corriente continua que poseen excitación en paralelo y serie. Si los flujos generados por el campo serie y paralelo se suman, se dice que la configuración es aditiva. Si por el contrario los flujos se restan, entonces la conexión es diferencial. Si se utiliza el esquema de un generador con excitación compuesta corta:

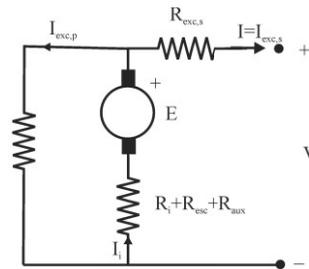


Figura 6.24. Generador con excitación compuesta corta.

Las ecuaciones son las siguientes:

$$E = V + I_i \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux}) + I \cdot R_{exc,s} \quad (6.21)$$

$$V - I \cdot R_{exc,s} = I_{exc,p} \cdot R_{exc,p} \quad (6.22)$$

$$E = k_E \cdot n \phi \quad (6.23)$$

$$I_i = I + I_{exc,p} = I_{exc,s} + I_{exc,p} \quad (6.24)$$

En el caso de conexión aditiva ($\phi = \phi_p + \phi_s$), el generador requiere de las mismas condiciones que el generador en derivación para poder generar, ya que también se cumple el principio de auto-excitación, sólo que en este caso se refuerza el campo producto de la característica serie. De este modo, debe cumplirse las condiciones de existencia de flujo remanente, que el flujo generado por el campo en derivación en

primera instancia se suma al flujo remanente y que el valor de la resistencia de campo paralelo sea inferior al valor de la resistencia crítica. Si el valor de la excitación serie es grande, entonces el efecto de fortalecimiento del campo predomina sobre las pérdidas de Joule y la tensión inducida se eleva por sobre el valor de la tensión en vacío. En este caso se dice que el generador es *hipercompuesto*.

En el caso de conexión diferencial ($\phi = \phi_p - \phi_s$), es posible observar que los efectos de caída de la tensión inducida producto de la característica serie y paralelo se suman, al contrario que en el caso anterior. Así, cuando la corriente de inducido aumenta, existe una primera caída de tensión producto de las pérdidas resistivas, además el flujo de campo serie se fortalece debilitando el flujo total del generador, lo que se traduce en un menor voltaje inducido. Este fenómeno explica porque en el generador diferencial la caída de tensión es tan brusca respecto del cambio de corriente. El generador diferencial posee característica de inmunidad frente a los cortocircuitos, puesto que, en el caso extremo en que la carga se cortocircuita, la corriente de inducido aumenta a un nivel tal, que los flujos de excitación serie y paralelo se cancelan y el voltaje inducido cae a cero, por lo que la corriente de cortocircuito queda limitada a un valor mínimo tal como ocurre en el generador de excitación paralelo.

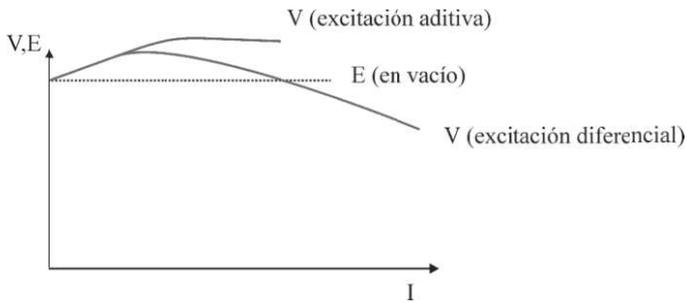


Figura 6.25. Característica externa de generador con excitación compuesta.

6.7 Motores de Corriente Continua

Al igual que en caso de los generadores de corriente continua, existen curvas que permiten explicar el comportamiento de los motores y estimar su desempeño de acuerdo a las distintas configuraciones de conexión. En este sentido la curva característica de los motores más representativa es la curva de par –velocidad.

6.7.1 Motor de excitación independiente y de excitación paralelo

Debido a la gran similitud que existe en el comportamiento de los motores de excitación independiente y paralelo, estos serán analizados en conjunto. En la práctica, los motores de excitación en paralelo son comparativamente más utilizados debido a que solo requieren de una fuente para poder operar, lo cual representa una ventaja respecto de la configuración de excitación independiente.

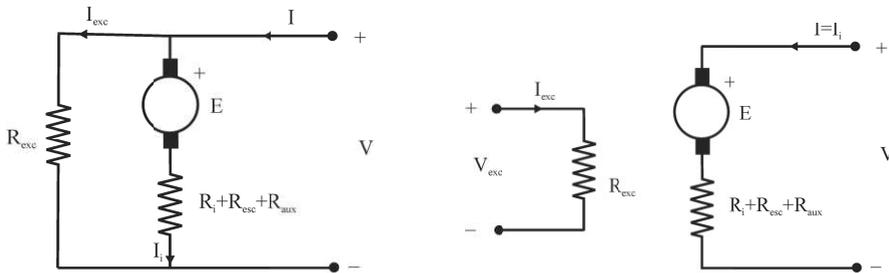


Figura 6.26. Generador con excitación en paralelo e independiente.

Para un motor con excitación en derivación, las ecuaciones que describen su funcionamiento son:

$$V = E + I_i \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux}) \quad (6.25)$$

$$E = k_E \cdot n \phi \quad (6.26)$$

$$V = I_{exc} \cdot R_{exc} \quad (6.27)$$

$$I = I_i + I_{exc} \quad (6.28)$$

$$T = k_T \cdot I_i \cdot \phi \quad (6.29)$$

Se observa que, en el arranque, al ser $n=0$, la corriente absorbida por el inducido es alta. Esta cuestión lleva a la necesidad de insertar durante este proceso, una resistencia en serie con el inducido (reóstato de arranque) para limitar la corriente.

Si se desprecian las resistencias de contacto con las escobillas y la correspondiente a los devanados auxiliares, la función que relaciona par y velocidad vale:

$$T = k_T \cdot I_i \cdot \phi = k_T \cdot \frac{V - E}{R_i} \cdot \phi = k_T \cdot \frac{V - k_E \cdot n \phi}{R_i} \cdot \phi = \frac{k_T \cdot V \cdot \phi}{R_i} - \frac{k_T \cdot k_E \cdot \phi^2}{R_i} \cdot n \quad (6.30)$$

Conforme a esta expresión se obtienen los valores del par en el arranque y la velocidad en la que el par se anula según se muestra en los gráficos correspondientes. Aparte de lo anterior, también es importante destacar las regiones de operación definidas para el motor:

- Cuando el motor tiene un sentido de par en contraposición con el sentido de giro, entonces la máquina de corriente continua se encuentra actuando como freno.
- Por el contrario si los sentidos de par y velocidad son los mismos, la máquina está operando como motor.
- Si la máquina está operando como motor y se aumenta la velocidad de giro, el par generado comienza a disminuir hasta el punto en que se torna cero, si en este caso se sigue aumentando la velocidad entonces la corriente de inducido se invierte y la máquina comienza a operar como generador.

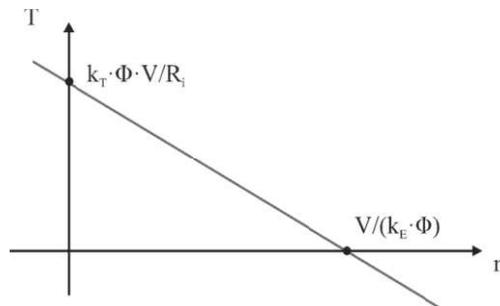


Figura 6.27. Característica de par para motor con excitación en derivación.

También analizando la expresión del par, se pueden extraer los modos de control de la velocidad en este tipo de motores:

- Incrementando la resistencia del inducido, se obtiene mayor par motor, pero no se modifica la velocidad en vacío de la máquina.
- Variando la tensión de entrada, se modifica la curva de par pero la variación del par con la velocidad tiene la misma pendiente.

- Variando la excitación modificamos par y velocidad inversamente.

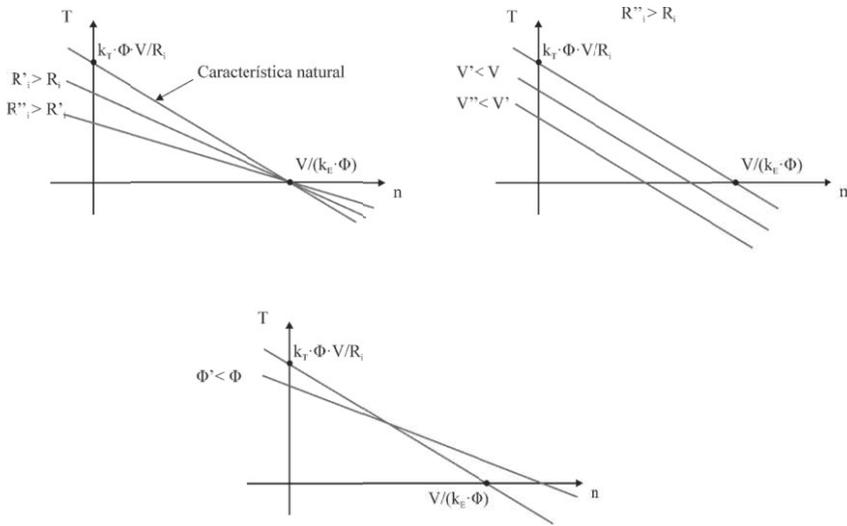


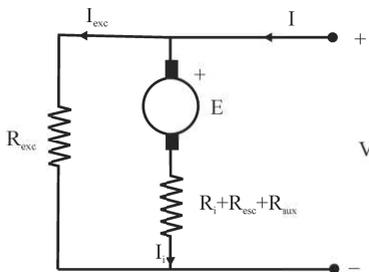
Figura 6.28. Características de regulación para motor con excitación en derivación.

Ejercicio de aplicación 6.3

Un motor de CC derivación tiene una resistencia de inducido y conmutación de $0,25 \Omega$, un bobinado de excitación de 200Ω y una caída de tensión en la escobilla de $1 V$. Si conectado a $240 V$ consume $35 A$.

Calcular:

a) La fuerza electromotriz en el inducido, b) la intensidad en el inducido, y c) la intensidad en el bobinado de excitación.



Solución:

Utilizando el circuito equivalente:

$$I = I_i + I_{exc} \Rightarrow I_i = I - I_{exc} = I - \frac{V}{R_{exc}} =$$

$$I_i = 35 - \frac{240}{200} = 33,8 A$$

$$V = E + I_i \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux})$$

$$E = V - I_i \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux}) =$$

$$= 240 - 33,8 \cdot 0,25 - 2 \cdot 1 = 209,6 V$$

Ejercicio de aplicación 6.4

Se tiene un motor de CC derivación de 600 V, 90 CV, 130 A, 2500 r.p.m. con 0,2 Ω de resistencia total en los bobinados inducido y de conmutación, 500 Ω en el bobinado de excitación, y 2 V de caída de tensión por contacto en la escobilla.

Calcular para el funcionamiento a plena carga:

a) El rendimiento del motor, b) la intensidad de la corriente en el inducido, c) el par de rotación electromagnético, d) la potencia electromagnética, e) el par útil, g) la intensidad de la corriente en el inducido durante un arranque directo, y h) la resistencia del reóstato de arranque para que la intensidad de la corriente en el inducido no supere 2 veces el valor nominal durante el arranque.

Solución:

El rendimiento se calcula como: $\eta = \frac{P_u}{V \cdot I} = \frac{90 \cdot 736}{600 \cdot 130} = 0,85$

La corriente de inducido se obtiene a partir de:

$$I_i = I - I_{exc} = I - \frac{V}{R_{exc}} = 130 - \frac{600}{500} = 128,8 \text{ A}$$

La potencia electromagnética vale:

$$P_{mi} = E \cdot I_i = [V - I_i \cdot (R_i + R_{aux}) - V_{esc}] \cdot I_i = (600 - 128,8 \cdot 0,2 - 2 \cdot 2) \cdot 128,8 = 73,4 \text{ kW}$$

El par mecánico interno vale, si se desprecian las pérdidas mecánicas:

$$P_{mi} = T_{mi} \cdot \Omega \Rightarrow T_{mi} = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{73448 \text{ W}}{\frac{2500 \cdot 2 \cdot \pi}{60} \text{ rd/s}} = 280,5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

La corriente de inducido en el arranque directo, como $E=0$ pues $n=0$, vale:

$$I_{i,a} = \frac{V - V_{esc}}{R_i + R_{aux}} = \frac{600 - 2 \cdot 2}{0,2} = 2990 \text{ A}$$

Si se quiere limitar la corriente en el inducido, hay que insertar durante el arranque, una resistencia en serie con el inducido de forma que:

$$I'_a = \frac{V - V_{esc}}{R_i + R_{aux} + R_a} \Rightarrow R_a = \frac{V - V_{esc}}{I'_a} - (R_i + R_{aux}) =$$

$$= \frac{600 - 2}{270} - 0,2 = 2,01 \Omega$$

6.7.2 Motor de excitación serie

Según el circuito de la figura, el motor se comporta según las ecuaciones:

$$V = E + I \cdot (R_i + R_{esc} + R_{aux} + R_{exc}) \quad (6.31)$$

$$E = k_E \cdot n \cdot \phi \quad (6.32)$$

$$I_i = I = I_{exc} \quad (6.33)$$

$$T = k_T \cdot I_i \cdot \phi \quad (6.34)$$

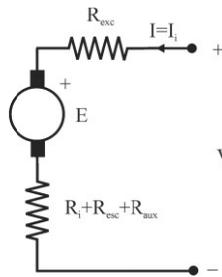


Figura 6.29. Circuito equivalente para motor con excitación serie.

De nuevo, obteniendo la relación entre el par y la velocidad así como una relación lineal entre corriente de excitación y flujo, se tiene:

$$T = k'_T \cdot I_{exc}^2 \quad (6.35)$$

$$E = k'_E \cdot n \cdot I_{exc} \quad (6.36)$$

$$I_{exc} = I_i = \frac{V}{(R_i + R_{exc} + k'_E \cdot n)} \quad (6.37)$$

$$T = k'_T \cdot \left[\frac{V}{(R_i + R_{exc} + k'_E \cdot n)} \right]^2 \quad (6.38)$$

Con las ecuaciones anteriores es posible calcular el par de arranque para este motor, además es posible determinar que la curva tiene una asíntota que corresponden al eje $T=0$. Esto significa que el motor serie no tiene transición de motor a generador y si el motor se hace operar en vacío (sin carga mecánica) se embala.

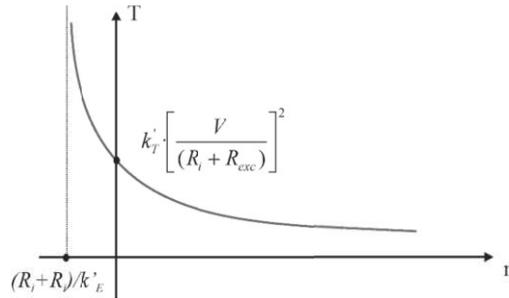


Figura 6.30. Característica de par para motor con excitación en serie.

Ejercicio de aplicación 6.5

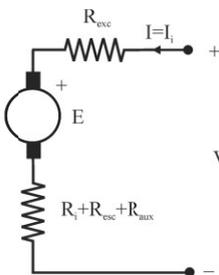
Un motor de CC serie entrega a plena carga 10 CV a 1500 r.p.m., con una alimentación de 220 V y una corriente de 40 A. Si la resistencia del inductor y la de la bobina de conmutación suman $0,1\Omega$ y la bobina de excitación tiene $0,2\Omega$ con una caída de tensión en cada escobilla de 1 V.

Calcular:

- a) La fuerza electromotriz inducida, b) el par de rotación útil, y c) la eficiencia o rendimiento del motor.

Solución:

Con el esquema equivalente del motor con excitación serie, y la ecuación que relaciona fuerza electromotriz y tensión se obtiene:



$$V = E + I \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux} + R_{exc}) = E + I \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux}) + V_{exc}$$

$$E = V - I \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux}) - V_{exc} = 220 - 40 \cdot (0,1 + 0,2) - 2 \cdot 1 = 206 \text{ V}$$

El par de rotación útil vale:

$$P_n = T_n \cdot \Omega \Rightarrow T_n = \frac{P_n}{\Omega} = \frac{10 \cdot 736 \text{ W}}{\frac{1500 \cdot 2 \cdot \pi}{60} \text{ rd / s}} = 46,85 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El rendimiento se expresa como cociente entre la potencia de salida y la de entrada:

$$\eta = \frac{P_u}{V \cdot I} = \frac{10 \cdot 736}{220 \cdot 40} = 0,84$$

Ejercicio de aplicación 6.6

Un motor de CC serie de 20 CV, 250 V, 800 r.p.m. y 80 A, tiene resistencia de las bobinas de 0.15 Ω y una caída de tensión por contacto en la escobilla de 0.85 V.

Calcular, para el funcionamiento a plena carga:

a) La fuerza electromotriz, b) la intensidad al momento del arranque en conexión directa, c) el valor de la resistencia que se tiene que introducir que al momento del arranque la corriente no supere el doble de la nominal, d) la potencia absorbida nominal y e) la potencia electromagnética nominal.

Solución:

Procediendo de forma análoga al ejercicio anterior, se obtiene:

$$E = V - I \cdot (R_i + R_{exc} + R_{aux}) - V_{esc} = 250 - 80 \cdot 0,15 - 2 \cdot 0,85 = 236,3 \text{ V}$$

En el instante de arranque de la máquina, se tiene que $n=0$ de donde se deduce:

$$E = k_E \cdot n \phi \Rightarrow E_a = 0$$

La corriente en el arranque directo vale entonces:

$$I_a = \frac{V - V_{esc}}{R_i + R_{exc} + R_{aux}} = \frac{250 - 2 \cdot 0,85}{0,15} = 1655,5 \text{ A}$$

Si se quiere limitar la intensidad, es necesario insertar una resistencia en serie con el circuito del inducido. En el caso del problema propuesto:

$$\begin{aligned} I'_a = \frac{V - V_{esc}}{R_i + R_{exc} + R_{aux} + R_a} &\Rightarrow R_a = \frac{V - V_{esc}}{I'_a} - (R_i + R_{exc} + R_{aux}) = \\ &= \frac{250 - 2 \cdot 0,85}{40} - 0,15 = 6,2 \Omega \end{aligned}$$

6.7.3 Motor de excitación compuesta

En el caso de los motores con excitación compuesta, no cabe la configuración diferencial porque produce mucha inestabilidad en el sentido de giro de la máquina. Así pues, sobre el esquema que representa una excitación compuesta corta, las ecuaciones que rigen el comportamiento de este motor son:

$$V = E + I_i \cdot (R_i + R_{esc} + R_{aux}) + I \cdot R_{exc,s} \quad (6.39)$$

$$V - I \cdot R_{exc,s} = I_{exc,p} \cdot R_{exc,p} \quad (6.40)$$

$$E = k_E \cdot n \phi \quad (6.41)$$

$$I = I_{exc,s} = I_i + I_{exc,p} \quad (6.42)$$

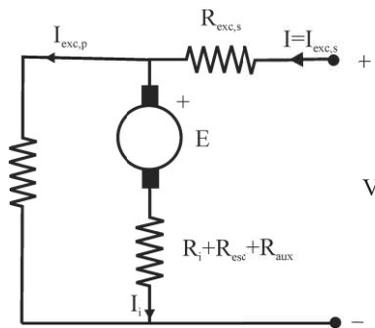


Figura 6.31. Circuito equivalente para motor con excitación compuesta corta.

La curva par-velocidad resultante es la composición de las correspondientes a una excitación en serie y otra en paralelo, según se muestra en la figura:

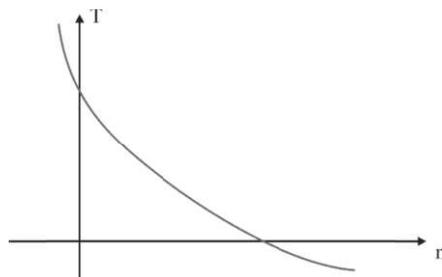


Figura 6.32. Característica de par para motor con excitación compuesta.

Ejercicio de aplicación 6.7

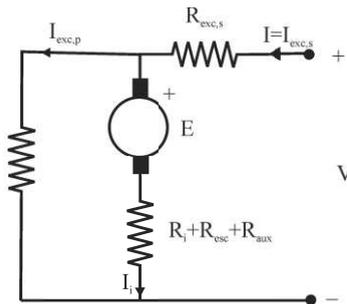
Un motor de CC de excitación compuesta conectado a 220 V, y a plena carga, consume 40 A y entrega 10 CV a 1500 r.p.m. Tiene una resistencia de inducido de 0.15 Ω, bobinado de conmutación 0.05 Ω y devanado serie 0.5 Ω. La caída de tensión en la escobilla es de 1 V y la resistencia del bobinado derivación es de 200 Ω.

Calcular:

a) La intensidad de la corriente en el inducido, b) la corriente en la bobina derivación, c) la fuerza electromotriz inducida.

Solución:

Si se supone que el motor tiene una excitación compuesta corta, según el esquema equivalente de la figura se tiene que:



$$V - I \cdot R_{exc,s} = I_{exc,p} \cdot R_{exc,p}$$

$$I_{exc,p} = \frac{V - I \cdot R_{exc,s}}{R_{exc,p}} = \frac{220 - 40 \cdot 0,5}{200} = 1 \text{ A}$$

$$I = I_{exc,s} = I_i + I_{exc,p} \Rightarrow I_i = I - I_{exc,p}$$

$$I_i = 40 - 1 = 39 \text{ A}$$

$$V = E + I_i \cdot (R_i + R_{esc} + R_{aux}) + I \cdot R_{exc,s}$$

$$E = V - I_i \cdot (R_i + R_{aux}) - V_{esc} - I \cdot R_{exc,s} = 220 - 39 \cdot (0,15 + 0,05) - 2 \cdot 1 - 40 \cdot 0,5 = 190,2 \text{ V}$$

TEMA 7

**MÁQUINAS
SÍNCRONAS**

TEMA 7. MÁQUINAS SÍNCRONAS

7.1 Introducción

Las máquinas síncronas (o sincrónicas) son maquinas cuyo estator se encuentra alimentado por corriente alterna, en tanto el rotor tiene alimentación continua ya sea a través de un devanado de excitación o bien mediante imanes permanentes. En términos prácticos, las máquinas síncronas tienen su mayor aplicación en potencias elevadas, particularmente como generadores ya sea a bajas revoluciones en centrales hidroeléctricas, o bien a altas revoluciones en turbinas de vapor o gas. Cuando la máquina se encuentra conectada a la red, la velocidad de su eje depende directamente de la frecuencia de las variables eléctricas (tensión y corriente) y del número de polos. Este hecho da origen a su nombre, ya que se dice que la máquina opera en sincronismo con la red. Por ejemplo, una máquina con un par de polos conectada a una red de 50 Hz girará a una velocidad fija de 3000 r.p.m., si se tratara de una máquina de dos pares de polos la velocidad sería de 1500 r.p.m., y así sucesivamente, hasta motores con 40 o más pares de polos que giran a bajísimas revoluciones.

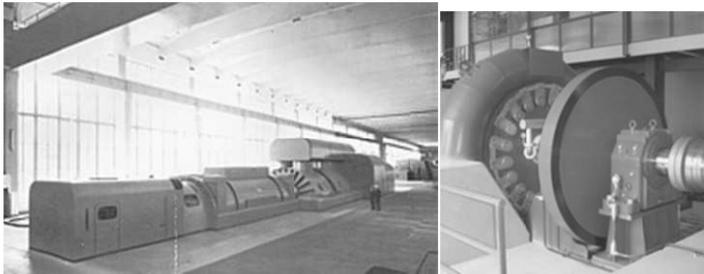


Figura 7.1. Turboalternador de 300 MW (izquierda) y grupo para central hidroeléctrica con turbina Pelton-generador sincrónico de 8MW (derecha).

Fuente: Aceo Leroy Somer.

En la operación como generador desacoplado de la red, la frecuencia de las corrientes generadas depende directamente de la velocidad mecánica del eje. Esta aplicación ha sido particularmente relevante en el desarrollo de centrales de generación a partir de recursos renovables como la energía eólica.

Las máquinas sincrónicas también se emplean como motores de alta potencia (mayores de 10.000 CV y bajas revoluciones. Un ejemplo particular de estas aplicaciones es al interior de la industria minera como molinos semiautógenos.

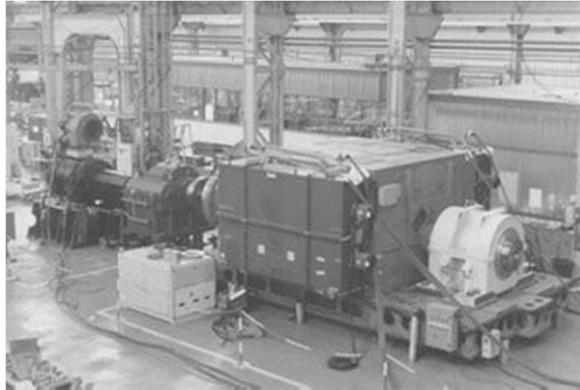


Figura 7.2. Motor síncrono de 8MW. Fuente: Cantarey.

Adicionalmente a la operación como motor y generador, el control sobre la alimentación del rotor hace que la máquina síncrona pueda operar ya sea absorbiendo o inyectando reactiva a la red para mejorar el factor de potencia del sistema eléctrico en cuyo caso se conoce como compensador síncrono.

7.2 Aspectos constructivos

Como ya se ha comentado, toda máquina eléctrica rotativa precisa de un devanado inductor y de un devanado inducido. En el caso de las máquinas síncronas, generalmente se utilizan como generadores y el devanado inductor o de excitación suele estar en el rotor y el inducido en el estátor.

La excitación se puede realizar o bien a través de imanes permanentes o bien a través de un devanado sobre el cual se actúa a través de un sistema de colector y escobillas similar al de las máquinas de corriente continua. Los imanes permanentes representan la configuración más simple ya que evita el uso de anillos rozantes para alimentar el rotor, sin embargo su aplicación a altas potencias se encuentra limitada ya que las densidades de flujo magnético de los imanes no es, por lo general, alta. Adicionalmente, los imanes permanentes crean un campo magnético fijo no controlable a diferencia de los rotores con devanados de excitación donde se puede controlar la densidad de flujo magnético.

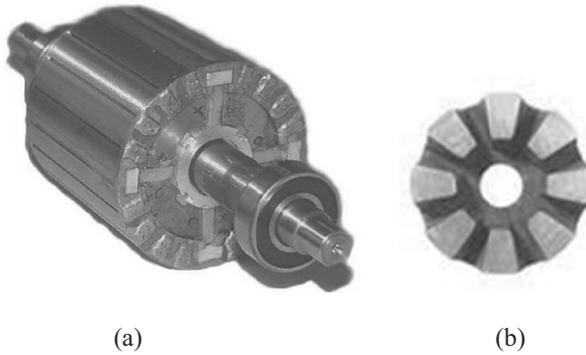


Figura 7.3. Rotor de imanes permanentes. Fuente: (a) *IEEE Transactions on Industry Applications*, 40-3, 2004. (b) *Adams Magnetic Products*.

Dada la alimentación alterna del estator de la máquina síncrona, éste tiene una configuración muy similar al de la máquina de inducción dado que tiene que inducirse en él una tensión senoidal.

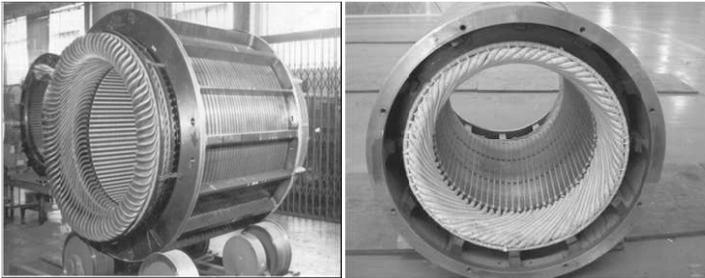


Figura 7.4. Estátor de un generador síncrono. Fuente: *Universidad Nacional del Callao*.

El rotor de una máquina síncrona puede ser cilíndrico o de polos salientes. Los rotores cilíndricos se emplean en máquinas con altas velocidades de giro (turbomáquinas):

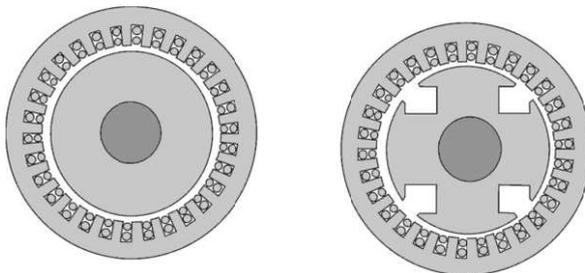


Figura 7.5. Sección transversal de máquinas síncronas de rotor cilíndrico (derecha) y de polos salientes (izquierda).

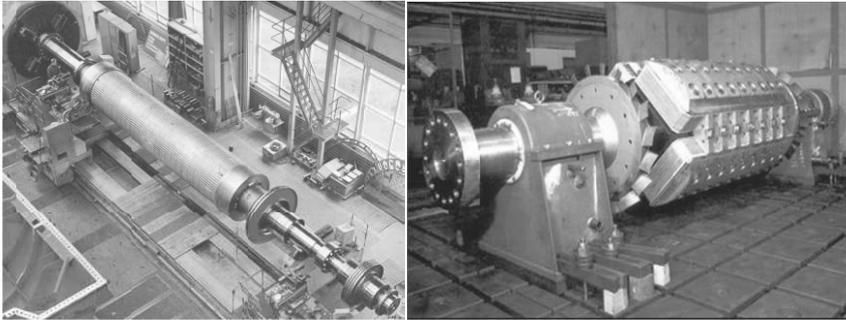


Figura 7.6. Rótor de polos salientes (izquierda) y rótor cilíndrico (derecha).
Fuente: Revista ABB.

7.3 Sistemas de excitación.

El objetivo fundamental del control de excitación o sistema de excitación, o sistema de control de excitación (usaremos estas denominaciones indistintamente) es realizar el ajuste automático de la corriente de campo del generador síncrono de modo que se mantenga el voltaje de salida de acuerdo a los valores especificados de consigna.

Desde el punto de vista de su funcionamiento, el sistema de control de excitación debe ser capaz de responder a perturbaciones sin alterar la operación normal del generador. Asimismo, debe ser capaz de integrarse con el resto de los sistemas de protección de los generadores, tales como las protecciones ante fallos de aislación en el rotor debido a altos voltajes, calentamientos en el rotor debido a corrientes de campo, calentamientos en el estator debido a corrientes de armadura, calentamiento por baja excitación de operación y debido a exceso de flujo, etc.

Desde el punto de vista de los sistemas de potencia, el sistema de excitación contribuye a un control efectivo de la tensión y por ello es ampliamente usado para mejorar la estabilidad del sistema. En particular, se usa en coordinación con estabilizadores de potencia para amortiguar oscilaciones y en el control rápido ante una perturbación de manera de mejorar la estabilidad transitoria. Se pueden distinguir los siguientes tipos de excitación:

- Excitación mediante sistemas de corriente continua. La excitación de este tipo utiliza generadores DC como fuentes de excitación de poder para proveer la corriente al rotor de la máquina síncrona, que pueden ser impulsado por un motor o, aprovechando la energía primaria del mismo eje del generador. Representan los primeros sistemas,

desde los años 20 a 60. Estos pierden importancia a mediados de los 60 cuando aparecieron fuertemente los de excitación en alterna.

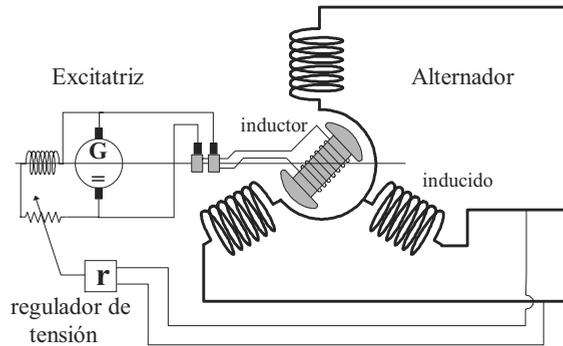


Figura 7.7.Excitación con generador de continua

- Excitación mediante sistemas de corriente alterna. La excitación de esta categoría utiliza alternadores como fuentes para la excitación del generador. Generalmente, el alternador está montado sobre el mismo eje de la turbina del generador. La salida del alternador es rectificadora produciendo la corriente continua necesaria para el campo del generador. Este tipo de excitación se puede técnicamente ejecutar de dos formas principalmente:

- o Sistemas estáticos de excitación. En este esquema la etapa de rectificación se realiza fuera del generador mediante rectificadores estacionarios, alimentando al campo principal del generador a través de anillos rozantes.
- o Sistemas giratorios de excitación. Con este tipo de rectificación los anillos rozantes y escobillas son eliminados, y la salida DC alimenta directamente al campo del generador. Aquí, la armadura del alternador y el rectificador de diodos rotan con el campo del generador. Un pequeño alternador piloto, con un rotor de imán permanente, rota con la armadura y el rectificador de diodos. La salida del rectificador del estator del alternador piloto energiza el campo estacionario del alternador principal. Un regulador de tensión controla el campo del alternador principal, el cual controla el giro del campo del campo del generador síncrono.

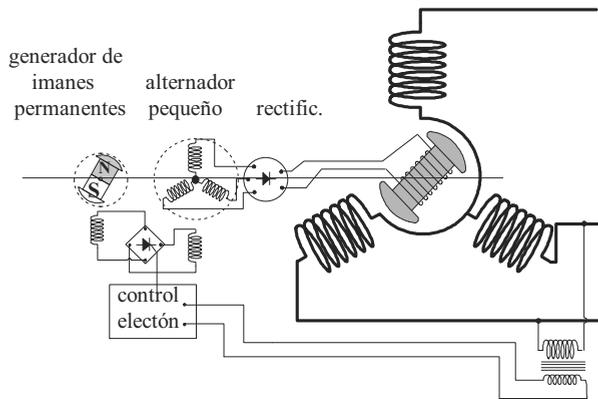


Figura 7.8. Excitación sin escobillas.

- Sistemas estáticos de excitación. Todos los componentes en este sistema son estáticos, tanto los rectificadores como las fuentes de excitación para el campo del generador síncrono principal a través de anillos rozantes. La fuente de alimentación para los rectificadores se obtiene del generador principal a través de un transformador que adapta la tensión a un nivel apropiado.

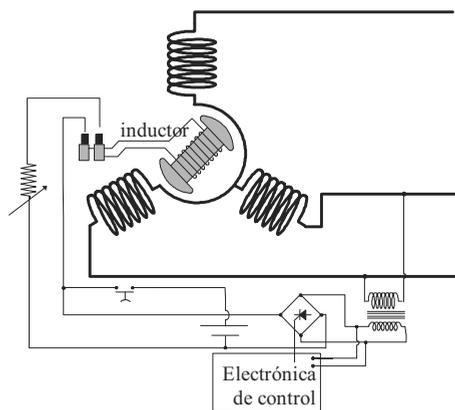


Figura 7.9. Excitación estática.

7.4 Principio de funcionamiento

Tal y como se ha comentado, una máquina síncrona consta de una parte fija (estator) y una móvil (rótora), constituyendo el circuito magnético de la máquina. Igualmente dispone de dos circuitos eléctricos situados sobre el estator y rotor de la máquina, relacionados a través

del circuito magnético, siendo su característica principal que el devanado inducido se encuentra alojado en el ranurado del estátor y el circuito inductor, alimentado por corriente continua, en el rotor. En máquinas de pequeña potencia, esta distribución suele estar invertida, estando el circuito inducido en el rotor y el inductor en el estator.

El nombre de máquina síncrona viene como consecuencia del imperativo de funcionar, únicamente, a la velocidad de sincronismo, viene definida por la frecuencia de las corrientes del estator y por el número pares de polos de la máquina.

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} \quad (7.1)$$

En su funcionamiento como generador, el devanado rotórico es alimentado con una tensión continua, que proporcionará un campo Φ_0 , cuya curva de inducción en el entrehierro es de forma sinusoidal. Si mediante un sistema exterior aplicamos un par de giro al rotor este se desplazará con una velocidad angular ω , siendo el flujo concatenado con el circuito inducido una función periódica y que dependerá de su posición respecto al eje del inductor. Si se supone que esa variación periódica es senoidal:

$$\phi = \phi_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (7.2)$$

Cuando el devanado correspondiente a una fase del estátor está distribuido en una zona el mismo, para el armónico de orden fundamental la posición de dicha fase es la definida por el eje de simetría del devanado, o lo que es lo mismo, por la posición de la bobina equivalente del devanado para ese armónico. En la figura siguiente, para un generador trifásico cada una de las fases está representada por su correspondiente bobina diametral (1-1', 2-2' y 3-3').

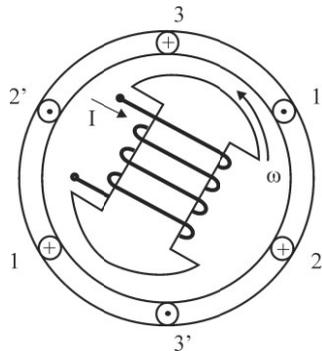


Figura 7.10. Máquina síncrona elemental.

La fuerza electromotriz inducida en cada una de las fases, valdrá aplicando la ley de Faraday y tomando como origen de ángulos espaciales la posición de la bobina 1-1':

$$\begin{aligned}
 e(t)_{1-1'} &= -\xi \cdot N \cdot \frac{d\phi_{1-1'}}{dt} = -\xi \cdot \omega N \cdot \phi_0 \cdot \cos(\omega t) \\
 e(t)_{2-2'} &= -\xi \cdot N \cdot \frac{d\phi_{2-2'}}{dt} = -\xi \cdot \omega N \cdot \phi_0 \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 e(t)_{3-3'} &= -\xi \cdot N \cdot \frac{d\phi_{3-3'}}{dt} = -\xi \cdot \omega N \cdot \phi_0 \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}
 \tag{7.3}$$

Debido a la distribución uniforme de las tres fases en el espacio, el sistema de tensiones generado es equilibrado, con un valor eficaz $E = \omega \cdot \xi \cdot N \cdot \Phi_0 / \sqrt{2}$.

Con la máquina trabajando en vacío, la fuerza electromotriz inducida por fase es función exclusivamente del flujo debido a la corriente de excitación:

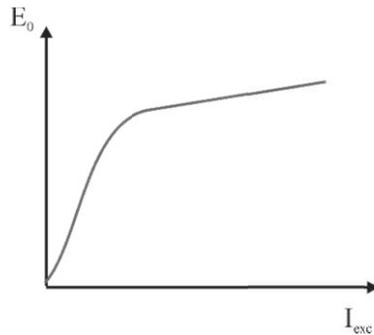


Figura 7.11. Fuerza electromotriz en función de la excitación.

Si el circuito inducido se encuentra cerrado a través de una carga trifásica equilibrada, circularán unas corrientes que darán lugar a un campo magnético que gira en el mismo sentido que el rotor y con su misma velocidad (la del campo magnético estático gira angularmente a la misma velocidad que pulsan en el tiempo las corrientes que lo generan, como se vio en el Tema 4). De esta forma, los dos campos magnéticos (el estático o inducido y el rotórico o de excitación) tienden a alinearse y como consecuencia de este hecho, se origina un par proporcional al producto vectorial de ambos campos:

$$T = K \cdot | \vec{B}_{rot} \times \vec{B}_{est} |
 \tag{7.4}$$

Expresando la anterior relación en función del campo resultante de la superposición de los campos estático y rotórico, y definiendo α como el ángulo de desfase espacial entre el campo rotórico y el total resulta:

$$\begin{aligned} \vec{B}_T &= \vec{B}_{rot} + \vec{B}_{est} \\ T &= K \left| \vec{B}_{rot} \times (\vec{B}_T - \vec{B}_{rot}) \right| = K \left| \vec{B}_{rot} \times \vec{B}_T \right| = K \cdot B_{rot} \cdot B_T \cdot \text{sen } \alpha \end{aligned} \quad (7.5)$$

Este par, funcionando la máquina como generador, será de sentido contrario al desplazamiento del rotor actuando éste como par resistente.

Cuando la máquina síncrona funciona como motor, se alimentan los circuitos inductor e inducido. La alimentación del devanado inducido mediante un sistema trifásico de corrientes, da origen a un campo magnético giratorio. Mientras el rotor esté en reposo, aunque se encuentre alimentado con una corriente continua, el par será nulo, ya que el campo de rotor se encuentra fijo en el espacio mientras que el del estator gira a velocidad de sincronismo. El par resultante entre ambos campos, cambiaría alternativamente de sentido siendo nulo a lo largo de un periodo. Este inconveniente en el arranque puede ser salvado si, mediante otra máquina auxiliar, lanzamos el rotor a una velocidad próxima a la del campo del estator. Esta situación permitiría un par resultante no nulo, funcionando ahora la máquina como motor. Si debido a un incremento importante del par resistente ofrecido por la carga, el ángulo de desfase entre ambos campos supera los 90° eléctricos, el par cambiaría de sentido, lo que originaría la parada del motor.

El funcionamiento de la máquina síncrona como generador y como motor, presenta particularidades que conviene ser analizadas de forma diferenciada por lo que conviene analizar su comportamiento en ambos casos.

7.5 La máquina síncrona como generador

Si el entrehierro de la máquina es uniforme, para un instante de tiempo determinado, la distribución espacial de fuerza magnetomotriz del campo magnético generado por el rotor, tiene una forma de onda rectangular de ancho igual al paso polar. Para poder tener una fuerza electromotriz inducida senoidal se actúa, cuando el rotor es de polos salientes, mecanizando los mismos de forma que la distancia entre dichas extensiones polares y el estator varíe de forma lo más próximo a una senoide, y, en máquinas de rotor cilíndrico, se distribuye el devanado estatórico de una forma que la suma de las fuerzas electromotrices inducidas en cada una de las bobinas que lo constituyen varíe en el tiempo con una forma de onda lo más senoidal posible.

Sea como fuere, siempre existirán componentes armónicos en la fuerza electromotriz inducida, aunque en este libro únicamente se analizará la componente fundamental de la misma.

Cuando la máquina trabaja en vacío (no hay ninguna carga eléctrica conectada al estátor del generador), el único campo magnético es el producido por la excitación.

Cuando la máquina trabaja en carga, por los devanados del circuito inducido de la máquina circula una corriente. En este caso, la tensión en los terminales de la máquina difiere de la fuerza electromotriz inducida en vacío debido a varios fenómenos:

- Como en la máquina de corriente continua, al circular corriente por el devanado inducido aparece el efecto de reacción de inducido, que, a diferencia de la máquina de continua donde el flujo de reacción permanece constante en el tiempo y en el espacio, tiene un valor y posición que depende de las características de la carga.
- La resistencia de los devanados y la dispersión de flujo originan una caída de tensión que afectará a la relación de tensiones de la máquina.
- El flujo de dispersión, al ser variable en el tiempo, genera en los devanados del inducido una fuerza electromotriz de autoinducción que también afecta a la tensión en bornes de la máquina.

Por ello, se establece el modelo eléctrico para cada una de las fases del generador descrito en la siguiente figura:

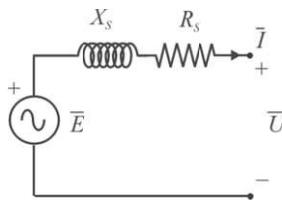


Figura 7.12. Modelo equivalente monofásico de la máquina síncrona.

Donde X_s es la reactancia síncrona, suma de la de dispersión X_d más la correspondiente al flujo producido por la reacción de inducido X_i , R_s es la resistencia del devanado estatórico y E es la fuerza electromotriz producida por la excitación.

7.5.1 Reacción de inducido

Cuando la máquina síncrona funciona en carga, la corriente por el devanado inducido determina una fuerza magnetomotriz de reacción de inducido que junto a la del sistema inductor configuran el flujo resultante ϕ , útil a efectos de generación de la fuerza electromotriz en carga. Para explicar este fenómeno de una forma sencilla, suponiendo una situación en la que la tensión de salida se mantiene constante, utilizamos el circuito equivalente de la Figura 7.13 y la expresión analítica del mismo, a partir de donde se extrae el valor de E_i que es la fuerza electromotriz producida por el flujo resultante ϕ :

$$\vec{E} = \vec{U} + \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_s) = \vec{U} + \vec{I} \cdot [R_s + j \cdot (X_d + X_i)] \quad (7.6)$$

$$\vec{E}_i = \vec{E} - \vec{I} \cdot j \cdot X_i = \vec{U} + \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_d) \quad (7.7)$$

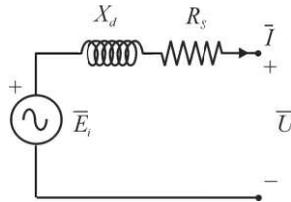


Figura 7.11. Modelo equivalente monofásico de la máquina síncrona en función de la fuerza electromotriz producida en con el generador en carga.

- Generador en vacío: la fuerza electromotriz inducida es igual a la tensión de salida (no hay corriente ni por tanto reacción de inducido ni caída de tensión en la impedancia del modelo).
- Generador alimentando una carga capacitiva. La corriente está adelantada respecto de la tensión y la fuerza electromotriz producida por la excitación para poder mantener la tensión de salida ha disminuido. Ello es debido a que el campo total se ha reforzado por la reacción de inducido.
- Generador alimentando una carga inductiva. La corriente está retrasada respecto de la tensión y la fuerza electromotriz correspondiente a la excitación es mayor que la correspondiente a la situación en vacío para mantener la tensión de salida. Se deduce pues que el campo total se ha debilitado debido a la reacción de inducido.

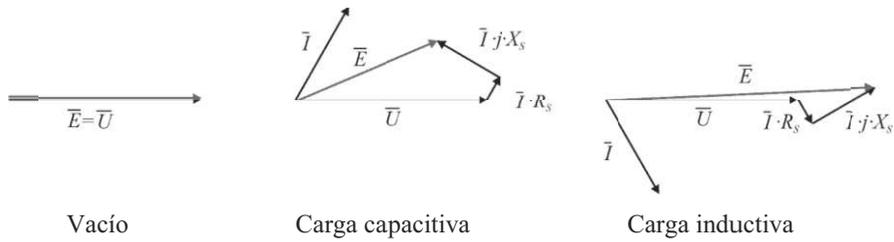


Figura 7.14. Representación fasorial del efecto de la reacción de inducido en la fuerza electromotriz producida por la excitación.

7.5.2 Comportamiento general y representación fasorial

La representación fasorial del circuito de la Figura 7.14, tomando como origen de fases el argumento de la corriente, y si se tiene en cuenta que el flujo total es suma del producido por la excitación y el producido por la reacción de inducido, y que éste último está en fase con la corriente que lo produce, la representación fasorial se completa de la siguiente forma:

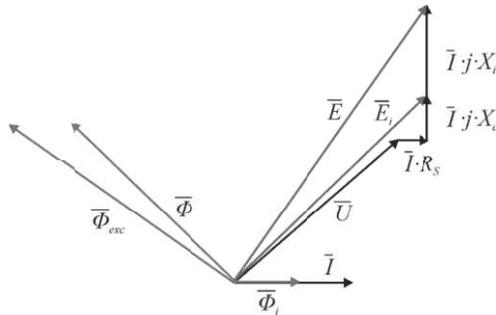


Figura 7.15. Representación fasorial del comportamiento del generador síncrono.

A partir de los valores representativos de la tensión en bornes U , de la corriente I y del ángulo de carga, bastará sumar vectorialmente a U , la caída de tensión en la impedancia síncrona, para obtener la fuerza electromotriz necesaria en la excitación E . Llevando este valor sobre la curva de vacío de la Figura 7.11, la abscisa correspondiente nos dará la corriente de excitación necesaria para la carga fijada.

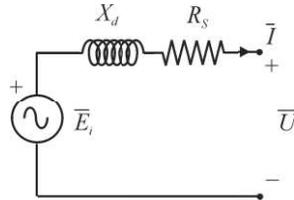
Ejercicio de aplicación 7.1

Un alternador trifásico, con el estátor conectado en estrella, de rotor cilíndrico, de potencia asignada 3.200 kVA, 5.600 V, con un par de polos, tiene una resistencia en el inducido por fase $R_s=0,05 \Omega$ y una reactancia de dispersión $X_d=0,8 \Omega$.

Calcular la fuerza electromotriz resultante si el generador trabaja a plena carga con un factor de potencia $\cos\phi=0,85$ inductivo.

Solución:

Utilizando el esquema equivalente monofásico de la figura, la relación entre la tensión de salida y la fuerza electromotriz resultante es:



$$\vec{E}_i = \vec{E} - \vec{I} \cdot j \cdot X_d = \vec{U} + \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_d)$$

Si se toma como referencia de ángulo el argumento de la tensión de salida, se tiene:

$$\vec{U} = \frac{5600}{\sqrt{3}} \quad ; \quad \vec{I} = \frac{3200 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 5600} \angle -36,87^\circ$$

$$\vec{E}_i = \vec{E} - \vec{I} \cdot j \cdot X_d = \vec{U} + \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_d) = \frac{5600}{\sqrt{3}} + \frac{3200 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 5600} \angle -36,87^\circ \cdot (0,05 + j \cdot 0,8) =$$

$$\vec{E}_i = 3410 \angle 3,39^\circ \quad V$$

7.5.2 Determinación de la impedancia síncrona del generador

Como ya se ha comentado, la máquina funciona en vacío cuando no existe carga alguna acoplada al circuito inducido. La fuerza electromotriz inducida en vacío vale:

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \xi \cdot \omega \cdot N \cdot \phi_0 = k \cdot \omega \phi_0 \quad (7.8)$$

Para una velocidad constante, el valor de la fuerza electromotriz es función del flujo y por tanto de la corriente de excitación. Su determinación gráfica se realiza haciendo funcionar la máquina a la velocidad de sincronismo y tomando valores de la tensión inducida para distintas corrientes en el circuito de excitación. La forma de la curva (Figura 7.11) responde al comportamiento del circuito magnético, presentando una zona donde existe una linealidad entre corriente de excitación y fuerza electromotriz. A medida que el circuito comienza a saturarse, se inicia un codo para posteriormente continuar en la zona de saturación, donde para incrementos mínimos en la fuerza electromotriz inducida se requiere grandes valores de la corriente de excitación.

Así mismo, la característica de cortocircuito representa la relación entre la corriente de inducido y la de excitación, funcionando la máquina a su velocidad nominal y con los bornes de salida en cortocircuito. La corriente de cortocircuito vale:

$$\bar{I}_{cc} = \frac{\bar{E}}{R_s + j \cdot X_s} \approx \frac{\bar{E}}{j \cdot X_s} \quad (7.9)$$

La forma de la característica es lineal y para valores muy elevados de la corriente de excitación, se flexiona ligeramente.

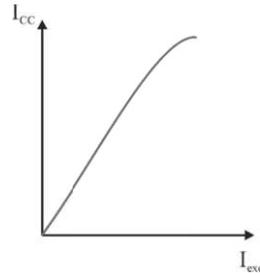


Figura 7.16. Característica de cortocircuito.

Representando conjuntamente las características de vacío y cortocircuito se puede obtener el valor de la impedancia síncrona procediendo de la siguiente manera: sobre la parte lineal de la característica de vacío y para un valor determinado de la corriente de excitación, se mide la fuerza electromotriz inducida en vacío, y para el mismo valor de la corriente de excitación, sobre la característica de cortocircuito la corriente de cortocircuito por fase. La impedancia síncrona no saturada viene definida como el cociente entre la fuerza electromotriz E y la corriente de cortocircuito I. Si se mide sobre la curva real, el cociente entre la tensión E' y la corriente I proporciona el valor de la impedancia síncrona saturada. El valor de esta impedancia ya no es una constante de la máquina ya que se reduce al aumentar el grado de saturación por lo que solo se considera el valor correspondiente a la tensión nominal de la máquina.

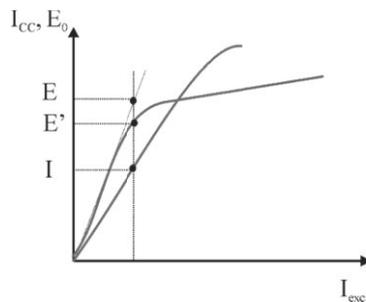


Figura 7.17. Obtención de la impedancia síncrona no saturada y saturada.

Ejercicio de aplicación 7.2

Se tiene un generador síncrono de 200 kVA, 480 V, 50 Hz, conectado en estrella, con una corriente de excitación a plena carga de 5 A. Si para esta corriente de excitación, la tensión en vacío es de 540 V, y la corriente de cortocircuito vale 300 A.

Determinar la reactancia síncrona si la resistencia por fase del inducido vale 0,2 Ω .

Solución:

En vacío, la fuerza electromotriz inducida es igual a la tensión de salida, por lo que por fase, tiene un valor:

$$E = \frac{540}{\sqrt{3}} = 311,8 \text{ V}$$

Como el generador está conectado en estrella, la corriente de cortocircuito medida es igual a la correspondiente de fase, por lo que el módulo de la impedancia síncrona vale:

$$Z_s = \frac{E}{I_{cc}} = \frac{311,8}{300} = 1,04 \Omega$$

Si la resistencia por fase del inducido es $R_s=0,2 \Omega$, la reactancia síncrona vale:

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} = \sqrt{1,04^2 - 0,2^2} = 1,02 \Omega$$

7.5.4 Potencia y par en la máquina síncrona como generador

Cuando la máquina síncrona funciona como generador, no toda la potencia mecánica que llega al generador se transforma en eléctrica a la salida, puesto que como en el resto de máquinas eléctricas rotativas de corriente alterna, unas pérdidas ligadas al efecto Joule, al efecto de la histéresis de los circuitos magnéticos y las correspondientes al rozamiento. La potencia entrada es la potencia mecánica en el eje del generador:

$$P_1 = T \cdot \Omega \quad (7.10)$$

Análogamente al proceso descrito para una máquina asíncrona, descontando a esta potencia de entrada las pérdidas mecánicas, se obtiene la potencia mecánica interna. Si descontamos las pérdidas en el hierro, llamando I a la corriente de fase, E a la fuerza electromotriz inducida por fase y φ' al ángulo entre ambas magnitudes eléctricas la potencia eléctrica interna se expresa como:

$$P_{ei} = 3 \cdot E \cdot I \cdot \cos \varphi' \quad (7.11)$$

La potencia eléctrica entregada por el generador será llamando I a la corriente de fase, U a la tensión de fase de salida y φ al ángulo de carga, la potencia de salida se expresa como:

$$P_2 = 3U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (7.12)$$

De la misma forma, la potencia reactiva entregada por el generador será:

$$Q_2 = 3U \cdot I \cdot \text{sen} \varphi \quad (7.13)$$

Despreciando la resistencia de inducido frente al valor de la reactancia síncrona X_s , se obtiene una expresión de gran utilidad para el cálculo de la potencia entregada por el generador. A partir del diagrama fasorial de la figura:

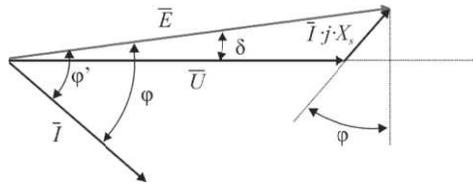


Figura 7.18. Diagrama fasorial aproximado.

Se obtiene que:

$$E \cdot \text{sen} \delta = I \cdot X_s \cdot \cos \varphi \quad (7.14)$$

Y sustituyendo en la expresión de la potencia:

$$P_2 = 3U \cdot \frac{E \cdot \text{sen} \delta}{X_s} \quad (7.15)$$

Según esta última ecuación, la potencia entregada por un generador depende del ángulo que forman la fuerza electromotriz en vacío y la tensión en la carga conocido como ángulo de par. Como se ha supuesto que la resistencia del inducido es igual a cero, la potencia eléctrica interna es igual a la potencia de salida y el valor del par será, si despreciamos las pérdidas en el hierro:

$$T_{mi} = \frac{P_2}{\Omega} = 3U \cdot \frac{E \cdot \text{sen} \delta}{\Omega \cdot X_s} \quad (7.16)$$

7.5.5 Regulación de tensión

Dada la relación fasorial expresada por la ecuación:

$$\vec{E} = \vec{U} + \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_s) \quad (7.17)$$

Se entiende por caída de tensión interna a la diferencia entre el valor modular de la fuerza electromotriz en vacío y la tensión en bornes. Esta diferencia, medida respecto del valor de la tensión de salida proporciona el coeficiente de regulación de la máquina:

$$\varepsilon = \frac{E - U}{U} \quad (7.18)$$

Para la determinación de la caída de tensión existen distintas técnicas, unas con mayor grado de precisión que otras. El método de Behn-Schenburg por su aplicación y grado de simplicidad es el más utilizado.

Este método está basado en la consideración de que, para una misma corriente de excitación, la diferencia entre la fuerza electromotriz generada en vacío y la tensión en la carga es debida a la caída de tensión óhmica y a la caída de tensión en una reactancia que corresponde a la parte imaginaria de la impedancia síncrona saturada, como se calculó en anteriores apartados.

No es un método excesivamente preciso por el procedimiento seguido para el cálculo de la reactancia síncrona saturada, la corriente de cortocircuito utilizada corresponde a un valor dentro de la zona de comportamiento lineal, mientras que la situación generalizada en el funcionamiento de las máquinas implica estar en la región de saturación del circuito magnético.

Aún así, suponiendo válido el valor determinado de la impedancia síncrona, se consideran las siguientes situaciones comunes en los problemas de regulación de tensión:

- Conocidas U , I , y el ángulo de carga φ , determinar la excitación necesaria. Simplemente a través de la anterior ecuación se determina E y mediante la curva de vacío (Figura 7.11) se obtiene la corriente de excitación necesaria.
- Conocidas la intensidad de excitación, la corriente de salida y el ángulo de carga, determinar el valor de la tensión de salida. Para ello, mediante la curva de vacío, se

obtiene el valor de la fuerza electromotriz en vacío, y a través de ella, suponiendo la tensión de salida en el origen de ángulos, se obtiene el valor de la misma.

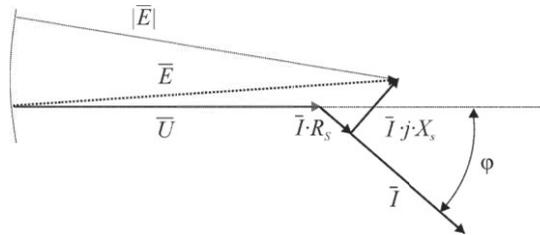


Figura 7.19. Obtención de la tensión de salida para una excitación, corriente de salida y ángulo de carga dados.

- Para valores constantes de las corrientes de inducido y excitación, determinar la tensión de salida de la máquina en función de la potencia que presenta la carga.

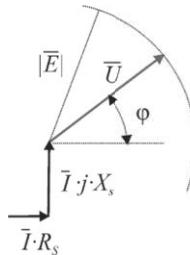


Figura 7.20. Obtención de la tensión de salida para una excitación y corriente de salida dados en función del ángulo de carga.

Ejercicio de aplicación 7.3

Un generador síncrono de 480 V, 60 Hz, tetrapolar, conectado en triángulo tiene una curva de vacío definida en la tabla siguiente:

$E(V)$	0	125	260	370	465	515	545	565	580
$I_{exc}(A)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Tiene una reactancia síncrona de $0,1 \Omega$ y una resistencia del inducido de $0,015 \Omega$. A plena carga proporciona 1200 A con un factor de potencia 0,8 inductivo. Si las pérdidas mecánicas son de 30 kW y las del núcleo ferromagnético 40 kW.

Calcular:

- Velocidad de rotación del generador,
- corriente de excitación para obtener una tensión en vacío de 480 V,
- corriente de excitación necesaria para mantener la tensión a plena carga con el factor de potencia indicado,
- rendimiento del generador,
- corriente de excitación para mantener el nivel de tensión si el factor de potencia fuera 0,8 capacitivo.

Solución:

La velocidad de rotación viene dado por la expresión:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ r.p.m.}$$

Como en vacío, la tensión de salida es igual a la fuerza electromotriz inducida, directamente de la curva por interpolación se obtiene la corriente de excitación necesaria.

$$E = 480 \text{ V} \Rightarrow I_{exc} \approx 4,5 \text{ A}$$

Si se tiene en cuenta la relación entre la fuerza electromotriz que produce la excitación y la tensión de salida y se toma ésta última como referencia de ángulos:

$$\vec{E} = \vec{U} + \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_s) = 480 + \frac{1200}{\sqrt{3}} \angle -36,87^\circ \cdot (0,015 + 0,1 \cdot j) = 532 \angle 5,3^\circ \text{ V}$$

Interpolando de nuevo en la curva:

$$E = 532 \text{ V} \Rightarrow I_{exc} \approx 5,6 \text{ A}$$

Para determinar el rendimiento se tiene en cuenta que, para el punto requerido la potencia entregada por el generador es:

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 480 \cdot 1200 \cdot \cos(36,87^\circ) = 798 \text{ kW}$$

Las pérdidas son las siguientes:

$$P_{mec} = 30 \text{ kW}; P_{Fe} = 40 \text{ kW}; P_{Cu} = 3 \left(\frac{1200}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot 0,0154 = 21,60 \text{ kW}$$

El rendimiento vale:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{mec} + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{798}{798 + 30 + 40 + 21,6} = 0,8975$$

El si el factor de potencia fuera capacitivo, la fuerza electromotriz necesaria en la excitación sería:

$$\vec{E} = \vec{U} + \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_s) = 480 + \frac{1200}{\sqrt{3}} \angle 36,87^\circ \cdot (0,015 + 0,1 \cdot j) = 451,7 \angle 7,1^\circ \text{ V}$$

La corriente de excitación es entonces:

$$E = 451,7 \text{ V} \Rightarrow I_{exc} \approx 4,2 \text{ A}$$

Es menor por el efecto de reforzamiento del campo que producen las cargas capacitivas.

Ejercicio de aplicación 7.4

Un generador síncrono, hexapolar, de 480 V y 50 Hz, conectado en estrella tiene una reactancia síncrona de 1 Ω . La corriente de salida a plena carga es de 60 A con factor de potencia 0,8 inductivo, siendo las pérdidas mecánicas de 1,5 kW y las del núcleo 1 kW. Se desprecia la resistencia del inducido. Calcular la regulación de tensión del generador para un factor de potencia a) 0,8 inductivo, b) 1, c) 0,8 capacitivo.

Solución:

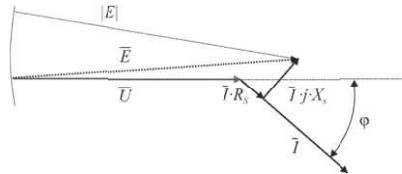
La regulación de tensión del generador viene dada por la expresión:

$$\varepsilon = \frac{E - U}{U}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\vec{E} = \vec{U} + \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_s)$$

Atendiendo al diagrama fasorial:



Se tiene:

$$E^2 = (U - I \cdot X_s \cdot \text{sen } \varphi)^2 + (I \cdot X_s \cdot \text{cos } \varphi)^2$$

$$U = \sqrt{E^2 - (I \cdot X_s \cdot \text{cos } \varphi)^2} + I \cdot X_s \cdot \text{sen } \varphi$$

Si se tiene en cuenta que el generador está conectado en estrella la tensión de salida la obtendremos multiplicando por $\sqrt{3}$.

Particularizando para los tres casos considerados:

$$\text{cos } \varphi = 0,8 \text{ inductivo} \Rightarrow U_L = 410 \text{ V} \Rightarrow \varepsilon = 0,17$$

$$\text{cos } \varphi = 1 \Rightarrow U_L = 468,4 \text{ V} \Rightarrow \varepsilon = 0,026$$

$$\text{cos } \varphi = 0,8 \text{ capacitivo} \Rightarrow U_L = 535 \text{ V} \Rightarrow \varepsilon = -0,103$$

7.5.6 Curvas características

7.5.6.1 Característica exterior

Es la curva representativa de la variación de la tensión de salida, en función de la corriente de carga suministrada por la máquina, manteniendo constante la velocidad, la corriente de excitación y el factor de potencia de la carga.

La forma de la curva depende de las características de la carga por el efecto de la reacción de inducido: con cargas de carácter inductivo, el efecto desmagnetizante del flujo de reacción toma valores considerables, que junto a las caídas óhmica y reactiva, provocan descensos considerables de la tensión con la carga, tanto mayores cuanto menor es el factor de potencia. Para cargas de carácter capacitivo, el efecto magnetizante del flujo de reacción, provoca aumentos de tensión en la máquina con la carga.

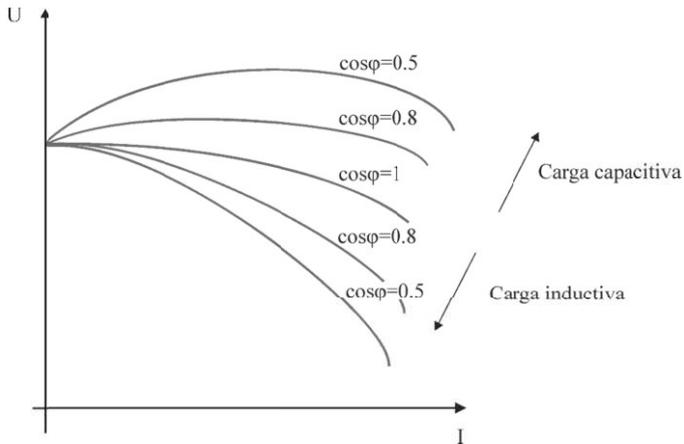


Figura 7.21. Característica externa de un generador síncrono.

7.5.6.2 Característica de regulación

Esta característica es a tensión constante y representa la relación entre la corriente de excitación y la corriente de carga, manteniendo constante la tensión, la frecuencia y el factor de potencia de la carga.

De las curvas podemos deducir que para cargas inductivas, ante aumentos en la corriente de carga, la corriente de excitación deberá aumentar de forma considerable para mantener la tensión constante. Estos incrementos en la corriente de excitación serán tanto mayor cuanto menor sea el factor de potencia de la carga.

En caso de cargas capacitivas, el efecto magnetizante del flujo de reacción de inducido obliga a disminuir la excitación con la carga para mantener constante la tensión en bornes de la carga.

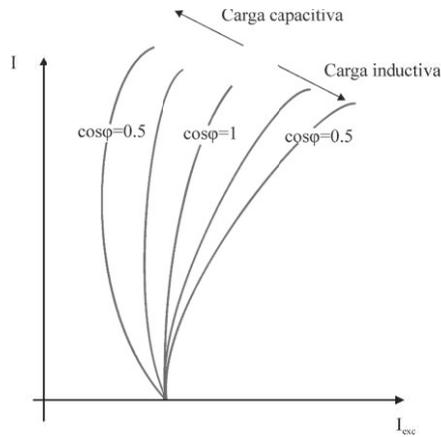


Figura 7.22. Característica de regulación de un generador síncrono.

7.6 La máquina síncrona como motor

Como se expuso al tratar los principios generales de la máquina síncrona, en su funcionamiento como motor, presenta el inconveniente de que funciona únicamente a la velocidad de sincronismo. El campo del rotor intentará alinearse con el giratorio del estator, pero esto no es posible por sí mismo al estar sometido a pares alternativos de sentido contrario. En consecuencia, el motor síncrono, necesita ser lanzado a una velocidad igual o próxima a la de sincronismo.

Como el motor síncrono es físicamente la misma máquina que el generador, las ecuaciones de velocidad, potencia y par son las mismas que las estudiadas en su funcionamiento como generador.

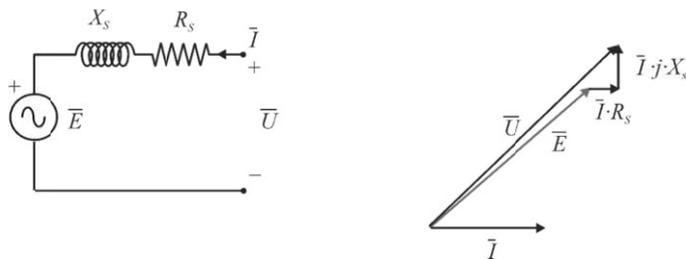


Figura 7.23. Modelo equivalente y diagrama fasorial para motor síncrono.

Ejercicio de aplicación 7.5

Una máquina síncrona de 208 V, 45 kVA, 60 Hz, con un factor de potencia de 0.8 capacitivo, tiene una reactancia síncrona de 2,5 Ω . Se desprecia la resistencia del inducido, y tiene unas pérdidas mecánicas de 1 kW y en el núcleo ferromagnético de 1,5 kW. Si el eje suministra una potencia de 11,2 kW con el mismo factor de potencia

Determinar:

a) La fuerza electromotriz producida por la excitación, b) el nuevo factor de potencia si se incrementa la carga al doble.

Solución:

La corriente absorbida se obtiene a partir de la potencia de entrada:

$$P_1 = P_2 + P_{mec} + P_{Cu} + P_{Fe} = 11,2 + 1,5 + 0 + 1 = 13,69 \text{ kW}$$

$$I_L = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_L \cdot \cos \varphi} = \frac{13,69 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 208 \cdot 0,8} = 47,5 \text{ A}$$

Como se desprecia el valor de la resistencia del inducido, la fuerza electromotriz producida por la excitación se obtiene según la expresión:

$$\vec{E} = \vec{U} - \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_s) = \vec{U} - \vec{I} \cdot j \cdot X_s = 208 + \frac{45,7}{\sqrt{3}} \angle 36,87^\circ \cdot 2,5 \cdot j = 255 \angle -12,4^\circ \text{ V}$$

Si la carga se incrementa al doble, la potencia de entrada valdrá:

$$P_1 = P_2 + P_{mec} + P_{Cu} + P_{Fe} = 22,4 + 1,5 + 0 + 1 = 24,88 \text{ kW}$$

Si se tiene en cuenta que se mantiene el valor de la tensión producida por la excitación, se tiene que:

$$P = 3 \cdot U \cdot \frac{E \cdot \text{sen} \delta}{X_s} \Rightarrow \text{sen} \delta = \frac{P \cdot X_s}{3 \cdot U \cdot E} = 0,39 \Rightarrow \delta = 23^\circ$$

Por lo que:

$$\vec{E} = 255 \angle -23^\circ \text{ V}$$

Y las corrientes de fase y línea valen:

$$\vec{I} = \frac{\vec{E} - \vec{U}}{(R_s + j \cdot X_s)} = \frac{208 \angle 0^\circ - 255 \angle -23^\circ}{2,5 \cdot j} = 41,2 \angle 15^\circ \text{ A}$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot 41,2 = 71,4 \text{ A}$$

Por último, el factor de potencia es $\cos \varphi = \cos(-15^\circ) = 0,966$ capacitivo.

Ejercicio de aplicación 7.6

Para el motor del anterior ejercicio, si inicialmente proporciona 11,2 kW con un factor de potencia 0,85 inductivo y la corriente de excitación vale 4 A.

Calcular:

a) La fuerza electromotriz en la situación inicial b) la fuerza electromotriz si el flujo por polo se incrementa un 25% c) en esta situación, la corriente del inducido y el factor de potencia.

Solución:

La corriente absorbida por fase y su argumento, teniendo como referencia de ángulos la tensión de entrada vale:

$$I_F = \frac{P_1}{3U_F \cdot \cos \varphi} = \frac{13,69 \cdot 10^3}{3 \cdot 208 \cdot 0,85} = 25,8 \text{ A}; \quad \varphi = \arccos(0,85) = 31,8^\circ$$

La fuerza electromotriz de la excitación se obtiene según:

$$\vec{E} = \vec{U} - \vec{I} \cdot (R_s + j \cdot X_s) = \vec{U} - \vec{I} \cdot j \cdot X_s = 208 + 25,8 \angle 31,8^\circ \cdot 2,5 \cdot j = 182 \angle -17^\circ \text{ V}$$

Si el flujo se incrementa un 25%, la fuerza electromotriz también lo hace ya que si la velocidad es constante:

$$E = K \cdot \phi \cdot \omega$$

Luego:

$$E = 1,25 \cdot 182 = 227,5 \text{ V}$$

Si el par de salida es mantiene constante:

$$T_{mi} = \frac{P_2}{\Omega} = 3U \cdot \frac{E \cdot \text{sen} \delta}{\Omega \cdot X_s} \Rightarrow E_1 \cdot \text{sen} \delta_1 = E_2 \cdot \text{sen} \delta_2$$

$$\text{sen} \delta_2 = \frac{E_1 \cdot \text{sen} \delta_1}{E_2} \Rightarrow \delta_2 = \arcsen \left(\frac{E_1 \cdot \text{sen} \delta_1}{E_2} \right) = \arcsen \left(\frac{182 \cdot \text{sen}(-17,5^\circ)}{227,5} \right) = -13,9^\circ$$

La corriente por fase del inducido es:

$$\vec{I} = \frac{\vec{E} - \vec{U}}{(R_s + j \cdot X_s)} = \frac{208 \angle 0^\circ - 227,5 \angle -13,9^\circ}{2,5 \cdot j} = 22,5 \angle 13,2 \text{ A}$$

El factor de potencia es $\cos \varphi = \cos(-13,2) = 0,974$ capacitivo.

7.6.1 Curvas características

Se estudiará el comportamiento de los motores bajo distintas condiciones de carga y corriente de excitación. Buscando una mayor simplificación del estudio consideraremos la resistencia de inducido despreciable.

7.6.1.1 Característica par-velocidad

Los motores síncronos alimentan, generalmente, cargas que funcionan a velocidad constante. La tensión de entrada y la frecuencia del sistema de alimentación serán constantes e independientes de la potencia absorbida por el motor. La velocidad de giro del motor está directamente relacionada con la frecuencia eléctrica, por lo que la velocidad del motor será constante, independientemente de la carga acoplada a su eje. La velocidad debe permanecer estable desde su funcionamiento en vacío al par máximo que él puede entregar. Si se tiene en cuenta que:

$$T_{mi} = \frac{P_2}{\Omega} = 3U \cdot \frac{E \cdot \sin \delta}{\Omega \cdot X_s} \quad (7.19)$$

El valor máximo del par será para $\sin \delta = 1$ ó lo que es lo mismo, $\delta = \pi/2$ radianes.

Cuando el par aplicado sobre el motor excede su valor máximo, el rotor no puede seguir la velocidad de giro del campo, pierde velocidad y queda expuesto a continuos cambios de sentido del par, lo que da lugar a bruscas vibraciones del motor como consecuencia de la pérdida de sincronismo.

De la misma ecuación se concluye que a mayor excitación, mayor es el par máximo, por lo que la estabilidad de la máquina es mayor.

7.6.1.2 Influencia de la variación de la carga

Cuando un motor está acoplado a la red, la velocidad es la de sincronismo y el par motor debe hacer girar la carga a dicha velocidad. Si la carga sobre el eje del motor aumenta, el rotor sufrirá inicialmente una desaceleración que da lugar a un aumento del ángulo del par δ , y consecuentemente un mayor par. Este aumento del par acelerará el rotor y el motor volverá a la velocidad de sincronismo, pero con un ángulo de par superior al inicial.

A medida que aumenta la carga, el vector representativo de la fuerza electromotriz se desplazará más respecto de su posición inicial. Como ésta solo depende del flujo inductor y de la velocidad, parámetros que no han sido modificados, su valor permanece constante con la carga.

Al modificarse la posición del fasor de fuerza electromotriz,, cambia el vector representativo de la caída de tensión en la reactancia síncrona y por tanto la corriente absorbida. El vector representativo de la corriente no solo cambia de módulo sino que también el ángulo de desfase respecto de la tensión de entrada.

7.6.1.3 Influencia de la variación de la corriente de excitación

Otro efecto interesante es la modificación de la corriente de campo, manteniendo constante la potencia entregada por el motor. Como el cambio de la corriente de campo no afecta a la velocidad y como la carga acoplada al eje no ha sido modificada, la potencia entregada no es alterada.

Cuando la corriente de excitación aumenta, la fuerza electromotriz de la misma aumentará igualmente pero desplazándose a lo largo de una línea de potencia constante.

A medida que el valor de la fuerza electromotriz de la excitación aumenta, la corriente de inducido disminuye y posteriormente aumenta. En función de los valores que toma dicha fuerza electromotriz, la corriente está se retrasará, estará en fase o se adelantará y el motor se comporta como una carga inductiva-resistiva, resistiva o de carácter capacitivo.

La representación en un sistema de ejes de la corriente de inducido, en función de la corriente de campo, constituye la llamada curva en “V” del motor.

Existen distintas curvas correspondientes a los distintos niveles de potencia. Como podemos deducir de la representación vectorial, la corriente mínima de inducido se presenta con factor de potencia unidad. Controlando la corriente de campo del motor podemos regular la potencia reactiva absorbida o entregada a la red. Existe un valor límite inferior de la corriente de campo por debajo del cual el motor no puede entregar la potencia demandada, perdiendo el sincronismo. Estos puntos determinan el llamado límite de estabilidad del motor.

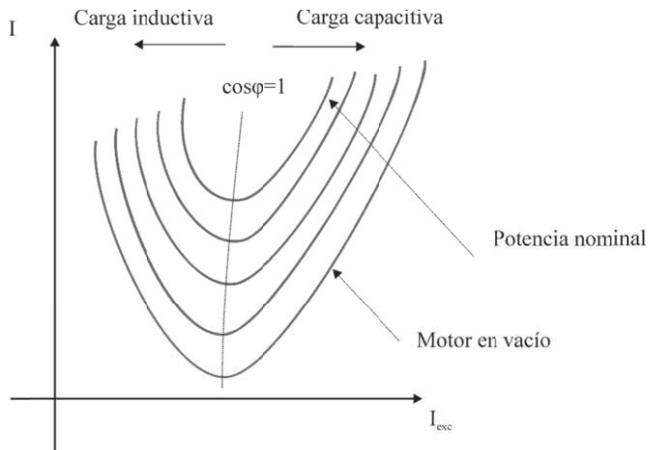


Figura 7.24. Curvas "en V".

7.6.2 Arranque del motor síncrono

Existen distintas técnicas para el arranque del motor, basadas en los siguientes principios:

- Arranque por medio de un motor de lanzamiento hasta la conexión en paralelo con la red, exactamente igual que su funcionamiento como generador. Este procedimiento se basa en la conexión del motor a la red como generador. Una vez conectado, se prescinde del motor de lanzamiento, el rotor se desacelera y el campo magnético del rotor se retrasa respecto del campo resultante, pasando a funcionar como motor.
- Arranque como motor asíncrono y su posterior sincronización al excitar el circuito inductor. El arranque como motor asíncrono es el procedimiento más generalizado, utilizando para ello el devanado amortiguador. El devanado rotórico amortiguador da al motor síncrono las características de arranque de un motor asíncrono, y como tal se pone automáticamente en marcha al conectarlo a la red. El motor, en estas condiciones de funcionamiento, no alcanza la velocidad de sincronismo pero sí una velocidad muy próxima a ella si funciona en vacío. Durante el proceso de arranque, el devanado inductor debe estar en cortocircuito con el fin de evitar las sobretensiones que se originarían si estuviesen a circuito abierto. Una vez completado su periodo de aceleración, el rotor girará con un deslizamiento mínimo. En este instante se procede a la

alimentación del circuito de excitación. La presencia del campo inductor y del inducido, proporciona un par pendular, que después de un cierto número de oscilaciones lleva al rotor a la velocidad de sincronismo.

- Arranque por reducción de frecuencia en el estátor hasta un valor suficientemente bajo para que el rotor pueda enganchar con el campo giratorio antes de que cambie de sentido el par. Posteriormente se incrementa de forma paulatina la frecuencia hasta llegar a sus valores nominales. Cuando el motor síncrono funciona a una menor frecuencia, la f.e.m. generada será menor, por lo que la tensión aplicada al estátor deberá reducirse de la misma forma para mantener la corriente del estátor en niveles admisibles.

BIBLIOGRAFÍA

- ABB, **Transformer Handbook**, ABB Ltd, 2007.
- ALCALDE SAN MIGUEL, P., **Curso de electricidad general**. Paraninfo, Madrid, 2003.
- ALLER, J.M., **Máquinas Eléctricas Rotativas: Introducción a la Teoría General**. Universidad Simón Bolívar.
- ALONSO, A. M.; **Teoría de las Máquinas Eléctricas de Corriente Continua y Motores de Colector**, Departamento de Publicaciones de la E.T.S.I.I. de Madrid, 1979.
- CHAPMAN, S. J., **Máquinas Eléctricas**, McGraw-Hill, 1987.
- CORTÉS, M., **Curso Moderno de Máquinas Eléctricas Rotativas**, Barcelona Editores Técnicos, Asociados 1994-1995.
- GARCIA TRASANCOS, J. **Electrotecnia**. Paraninfo. Madrid, 2000.
- FRAILE MORA, J. **Máquinas Eléctricas**, McGraw-Hill, 2008.
- HARPER, E., **Curso de Transformadores y Motores de Inducción**, Limusa Noriega Editores, 2000.
- HAYT, W. H. Jr., **Teoría Electromagnética**, McGraw-Hill, 1991.
- KOSTENKO, M.P. & PIOTROVSKI, L.M., **Máquinas Eléctricas**, Editorial Mir, 1979.
- MIT, **Circuitos Magnéticos y Transformadores**, Editorial Reverté, 1965.
- MORENO, N., BACHILLER, A., BRAVO, J.C. **Problemas Resueltos de Tecnología Eléctrica**, Thomson, 2003.
- RAS, E. **Transformadores de potencia, de medida y de protección**, Marcombo Boixareu, 1988.
- RODRÍGUEZ, M.A., **Colección: “electrotecnia para ingenieros no especialistas**, universidad de Cantabria departamento de ingeniería eléctrica y energética, 2008, (disponible gratuitamente en la web:<http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm>).
- SANJURJO NAVARRO, R. **Máquinas Eléctricas**, McGraw-Hill, 1989.

SANZ FEITO, J., **Máquinas Eléctricas**, Prentice Hall, 2002.

SERRANO IRIBARNEGARAY, L., **Fundamentos de Máquinas Eléctricas Rotativas**, Marcombo Boixareu, 1989.

TOVAR PESCADOR, J., HERNANDEZ ALVARO, J., **Electricidad y Magnetismo**. Univ. Jaén. 2001.